

KAIP SKLEIDŽIASI VAIKO MATEMATINIS MĄSTYMAS?

12 knygelė





**Bendrai finansuoja
Europos Sąjunga**

**Nacionalinė
švietimo
agentūra**

Rekomendacijos „Patirkime vaikystę“ dėl ikimokyklinio amžiaus vaikų ugdymo parengtos įgyvendinant Europos Sąjungos bendrai finansuojamą projektą „Ikimokyklinio ugdymo turinio kaita“ (Nr. 10-014-P-0001). Projektą įgyvendino Nacionalinė švietimo agentūra.

Ikimokyklinio ugdymo rekomendacijas „Patirkime vaikystę“ parengė autorių grupė: Ona Monkevičienė (grupės vadovė), Milda Brėdikytė, Alvyra Galkienė, Laimutė Jankauskienė, Tatjana Jevsikova, Laura Kamandulytė-Merfeldienė, Sonata Latvėnaitė-Kričienienė, Rita Makarskaitė-Petkevičienė, Edita Maščinskaitė, Emilija Sakadolskienė, Viktorija Sičiūnienė, Stasė Ustilaitė, Birutė Vitytė.

Kalbos redaktorė Nijolė Šorienė
Fotografės Laura Deliusinė ir Loreta Kondratė
Dizainerė Silva Jankauskaitė

Bibliografinė informacija pateikiama Lietuvos integralios bibliotekų informacinės sistemos (LIBIS) portale ibiblioteka.lt

ISBN

Viktorija Sičiūnienė

KAIP SKLEIDŽIASI VAIKO MATEMATINIS MĄSTYMAS?

2026

IVADAS

Ši knygelė skirta mokytojams, siekiantiems padėti vaikams pažinti matematikos pasaulį per kasdienę veiklą, tyrinėjimus ir atradimus, klausimus ir apmąstymus. Jos tikslas – padėti kurti aplinką, kurioje vaikai mąsto, tyrinėja ir sprendžia problemas.

Matematinis mąstymas – tai gebėjimas pastebėti dėsningumus, kelti klausimus, samprotauti ir suprasti ryšius tarp reiškinių. Ankstyvame amžiuje jis formuoja pamatus tolesniam mokymuisi ir pasaulio pažinimui. Vaikai mokosi matematikos per veiksmą, žaidimą, socialinę sąveiką ir refleksiją (Australian Educational Research Organisation, 2022; Švietimo, mokslo ir sporto ministerija [ŠMSM], 2022a; NAEYC, 2014). Mokytojo vaidmuo šiame procese – ne perduoti žinias, o padėti vaikui mąstyti: stebėti, klausti, skatinti samprotavimą ir drąsinti savarankiškus sprendimus (Epstein, 2007; Perry et al., 2007). Tokia ugdymo praktika stiprina vaikų pasitikėjimą savo gebėjimais, ugdo atsakomybę už savo mąstymą ir padeda suprasti pačius mąstymo procesus.

Knygelėje pateikiamos idėjos ir pavyzdžiai padės mokytojams:

- giliau suprasti matematinio mąstymo procesus;
- integruoti matematiką į kasdienes vaikų veiklas;
- kurti aplinką, kurioje matematinis mąstymas auga natūraliai;
- skatinti refleksiją, kūrybiškumą ir bendradarbiavimą;
- sąmoningai stebėti vaikų mąstymo raidą ir tikslingai planuoti ugdymą remiantis įžvalgomis.

Pirmajame skyriuje dėmesys telkiamas į **matematinio mąstymo prigimtį**: atskleidžiama, ką reiškia procedūrinis, sąvokinis ir konceptualusis mąstymas, kaip šie mąstymo tipai pasireiškia vaikystėje, ir kodėl jų dermė svarbi ugdymo procese (Australian Educational Research Organisation, 2022; ŠMSM, 2022a; Baroody & Dowker, 2003).

Antrajame skyriuje nagrinėjamas **vaiko matematinio mąstymo kelias** – kaip pedagoginiai principai, kasdienės veiklos ir mokytojo sąveika padeda vaikui augti mąstytoju (Clements & Sarama, 2014; Olson, 2014; Epstein, 2007; Mclenan, 2014; Perry et al., 2007).

Trečiame skyriuje pristatomi **įvairūs ugdymo(si) būdai**, kurie skatina mąstymo raidą – nuo patirtinių ir žaidybinių iki tyrinėjimo, vizualiųjų ar kūrybinių formų. Siekiama parodyti, kad matematika glūdi visur: judesyje, žodyje, spalvoje, garsų ritme, pokalbyje ir vaiko savistaboje (Clements & Sarama, 2009). Akcentuojamas mokytojo vaidmuo kuriant veiklas, leidžiančias vaikui atrasti asmeninį santykį su matematika (Gilanders & Casal de la Fuente, 2019; Robinson et al., 2019).

Ketvirtajame skyriuje apmąstoma **aplinkos reikšmė** – kaip erdvės, daiktai, santykiai tyliai augina vaiką, suteikdami jam galimybę atrasti matematiką natūraliai (Moore, 2014; van Oers, 2013; Colorado Community Colleges Online, n. d.).



Penktojo skyriaus akiratyje – **sąmoninga mąstymo stebėsena**. Ji padeda ne tik fiksuoti pasiekimų žingsnius, bet ir gilintis į ugdymosi procesą: kaip vaikas mąsto, kaip keičiasi jo samprotavimas, kaip ugdytojas gali šias įžvalgas panaudoti tolesniam planavimui (Black & Wiliam, 1998; Carr & Claxton, 2002; Hattie & Timperley, 2007).

Galiausiai šeštajame skyriuje aptariama, kaip **matematinio mąstymo ugdymas** gali būti aprašytas ir įtvirtintas mokyklos ugdymo programoje – kaip kryptis, kuriai pritaria visa mokyklos bendruomenė (National Research Council, 2009; OECD, 2012; McLennan, 2014). Tokie susitarimai užtikrina ugdymo nuoseklumą ir kokybę.

Knygelėje pateikti priedai, skirti kasdieniam mokytojų darbui: veiklų atmintinės, refleksijos klausimai ir stebėsenos formos (Baroody & Dowker, 2003; Clements & Sarama, 2014; Perry et al., 2007; Carr & Claxton, 2002; Australian Educational Research Organisation, 2022). Jie padeda stebėti vaikų mąstymo raidą, planuoti veiklas ir stiprinti profesinį dialogą ugdytojų komandoje.

TURINYS

1. Dėmesio centre – matematinis mąstymas / 7
 2. Vaiko matematinio mąstymo kelias / 17
 3. Ugdymo(si) būdai, skatinantys vaiko mąstymo raidą / 35
 4. Aplinkos, kurios tyliai augina / 59
 5. Sąmoninga matematinio mąstymo stebėseną / 87
 6. Matematinio mąstymo ugdymas programoje / 105
- Naudota literatūra / 110
- Naudingos nuorodos / 113
- Priedai / 114



1.

DĖMESIO CENTRE – MATEMATINIS MĄSTYMAS

Kaip suprantame matematinį mąstymą vaikystėje?

ŠIAME SKYRIUJE APTARSIME:

- 1.1. Kaip *Ikimokyklinio ugdymo programos gairėse* suprantami matematinio mąstymo pasiekimai?
- 1.2. Ką reiškia procedūrinis, sąvokinis ir konceptualusis mąstymas?
- 1.3. Kokia mąstymo tipų stebėjimo reikšmė ugdymui?



1.1. KAIP IKIMOKYKLINIO UGDYMO PROGRAMOS GAIRĖSE SUPRANTAMI MATEMATINIO MĄSTYMO PASIEKIMAI?

Dažnai manoma, kad ikimokyklinuko matematika apsiriboja skaičiavimu ar matavimu, tačiau šiuolaikinės ugdymo praktikos vis labiau atkreipia dėmesį į vaiko mąstymo raidą. Jose matematika suprantama kaip galimybė vaikui tyrinėti, pastebėti dėsningumus, kelti klausimus ir ieškoti atsakymų – ne tik įgyti žinių, bet ir ugdyti mąstymą.

Tai leidžia vaikui geriau atpažinti įvairius ryšius ir kūrybiškai juos taikyti įvairiose probleminėse situacijose, o tobulėjantis mąstymas augina vaiko pasitikėjimą savo gebėjimais, skatina giliau pažinti save ir susikurti tvirtą santykį su pasauliu kaip su struktūruota, pilna dėsningumų erdve. Toks ugdymas skatina ne tik gebėjimą veikti, bet ir smalsumą, atkaklumą ieškant sprendimų. Tai – pamatas, ant kurio toliau visapusiškai puoselėjami intelektualiniai ir emociniai vaiko gebėjimai.

Šios pagrindinės nuostatos buvo laikomasi atnaujinant požiūrį į matematikos ugdymą *Ikimokyklinio ugdymo programos gairėse* (34, 40.7–40.8.3) (toliau – *Gairės*) ir projektuojant tikėtinus pasiekimus, kurie pateikti *Ikimokyklinio amžiaus vaikų ugdymosi pasiekimų apraše* (17.1–17.3.4) (toliau – *Pasiekimų aprašas*).

Remiantis šiuo dokumentu, matematika yra viena iš 18 vaiko pasiekimų sričių ir tiesiogiai siejama su šių vertybių ir esminių gebėjimų įgijimu:

Pasiekimų sritis (17)

„Matematinis mąstymas“

Vertybinė nuostata (17.1)

Vaikas nusiteikęs pažinti pasaulį jam suprantamais matematiniais būdais.

Esminiai gebėjimai (17.2)

Vaikas atranda skaičių ir figūrų pasaulį, kalba apie skaičiavimo, matavimo, sekų bei erdvės pažinimo būdus ir juos taiko problemoms spręsti.



Matematinio mąstymo gebėjimai *Pasiekimų apraše* pateikti pagal keturias dedamąsias, kurios iš esmės yra susijusios su tam tikromis matematikos sritimis. Patogumo dėlei toliau jas vadinsime trumpiau: skaičiai, matai, formos, sekos. Kiekvienos auginimo kryptys aprašytos *Gairėse* (žr. 1 lentelę).

1 lentelė. Matematinio mąstymo gebėjimai ir jų auginimo kryptys

Gebėjimai (dedamosios) (pagal <i>Pasiekimų aprašą</i>)	Gebėjimų auginimo kryptys (pagal <i>Gaires</i>)	Dedamosios trumpinys
17.3.1 - Skačiaus pajauta - Samprotavimai apie kiekį ir duomenis	40.7.1 Tyrinėja skaičius, jų seką, kiekį, skaičiuoja, lygina. 40.7.2 Renka, grupuoja, interpretuoja duomenis, išreiškia simboliais, grafikais.	Skaičiai
17.3.2 - Mato pajauta - Išmatuojamų dydžių palyginimas	40.8.1 Matavimas kasdienėje aplinkoje: ilgis, masė, tūris; pažintis su matavimo priemonėmis.	Matai
17.3.3 - Geometrinių modelių pažinimas - Figūrų tyrinėjimas ir konstravimas	40.8.2 Eksperimentai su geometrinėmis figūromis: tyrinėjimas, konstravimas, lyginimas, grupavimas.	Formos
17.3.4 - Vietos ir krypties apibūdinimas - Sekų tyrinėjimas	40.8.3 Apibūdina daiktų padėtį (priekyje, už), kryptį (aukštyn, žemyn), pastebi veiksmų ar reiškinių sekas ir dėsningumus.	Sekos

Kaip matyti iš 1 lentelės, dedamosios apima skirtingų sričių matematikos žinias, tačiau visos palaiko matematinio mąstymo vystymąsi nuo praktinio veikimo iki pagrindinių matematikos idėjų supratimo ir jų taikymo.



Apie šių gebėjimų ugdymo būdus kalbėsime kituose skyriuose, čia paminėsime tik tiek, kad matematinių gebėjimų ugdymas vaikystėje glaudžiai susijęs su vaikų kasdienėmis veiklomis ir vyksta natūraliu būdu – matematiniuose kontekstuose per žaidimą, praktinę patirtį, tyrinėjimą ir kūrybines ugdomasias veiklas. Tai leidžia vaikams įgyti gebėjimus palaipsniui. 2 lentelėje glaustai atskleisti numatomi gebėjimų pažangos žingsniai.

2 lentelė. *Pažangos žingsniai pagal dedamąsias*

Dedamosios trumpinys	1–3 žingsnis	4–5 žingsnis	5–6 žingsnis
Skaiciai	Skaičių atpažinimas, skaičiavimas, kiekių palyginimas	Skaičių sąvokų suvokimas, kiekių analizė, duomenų rinkimas	Skaičių eilės, veiksmų taikymas, atsitiktinių įvykių prognozavimas
Matai	Pirmieji suvokimai apie dydį	Natūralūs matavimo atradimai	Matavimo vienetai, dydžių palyginimas, praktinis taikymas
Formos	Pirmosios patirtys apie formą	Geometrinių figūrų pavadinimai, savybių išskyrimas	Manipuliavimas figūromis, erdviniai santykiai
Sekos	Vietos ir krypties pojūtis, sekos atkartojimas	Vietos apibūdinimas, sekų supratimas	Sekų kūrimas, modeliavimas, struktūrų atpažinimas

Kaip matyti iš 2 lentelės, pažanga vyksta etapais – nuo pradinių veiksmų iki gilesnio sąvokų ir jų tarpusavio ryšių supratimo. Pavyzdžiui, skaičių srityje vaikai iš pradžių atpažįsta skaičius ir susieja juos su kiekiu, o vėliau pereina prie skaičių eiliškumo, sąryšių suvokimo ir veiksmų su skaičiais taikymo. Matų srityje mokomasi lyginti, matuoti, o galiausiai – samprotauti apie matavimo vienetus ir kiekybinius santykius. Formų pažinimas prasideda nuo geometrinių figūrų atpažinimo ir veda link jų savybių tyrinėjimo ir geometrinių struktūrų kūrimo. Sekos skatina vaiką mąstyti nuosekliai ir struktūruotai. Ir visa ši pažanga tiesiogiai susijusi su trimis mąstymo tipais: procedūriniu, sąvokiniu ir konceptualiuoju.



1.2. KĄ REIŠKIA PROCEDŪRINIS, SĄVOKINIS IR KONCEPTUALUSIS MĄSTYMAS?

Robbie Case, kanadiečių raidos psichologas, plėtojęs Jean Piaget idėjas ir sukūręs neo-Piagetinę kognityvinės raidos teoriją, teigia, kad vaikų mąstymas vystosi per skirtingas mentalines struktūras: sensomotorinę (kai vaikai mokosi per pojūčius ir veiksmus), reprezentacinę (kai pradeda mąstyti vaizdais, ženklais ir kalba) ir abstrakčią (kai geba logiškai mąstyti ir apdoroti sudėtingesnę informaciją). Šias struktūras atitinka skirtingi mąstymo tipai – procedūrinis (vaikas mąsto darydamas), sąvokinis (vaikas mąsto atpažindamas objektų požymius ir priskirdamas juos tam tikroms sąvokoms) ir konceptualusis (vaikas mąsto apibendrindamas, kurdamas ryšius tarp sąvokų). Jie parodo, kaip keičiasi vaiko gebėjimas ne tik atlikti veiksmus, bet ir juos suprasti bei paaiškinti.

Procedūrinis mąstymas („Kaip tai padaryti?“, „Ką turiu daryti, kad pavyktų?“) pasireiškia veiksmo lygmeniu – kai vaikas skaičiuoja, matuoja, kopijuoja sekas ar dėlioja figūras. Tai pamatinė patirtis, leidžianti vaikui įgyti veikimo įgūdžius. Mokytojų svarbu padėti vaikui veikti nuosekliai, padrąsinti jį, kai kyla sunkumų, ir stebėti, kada vaiko veikloje ima ryškėti smalsumas, klausimai ar pastebėjimai, kurie veda prie sąvokinio mąstymo.

Pavyzdžiai

Vaikas garsiai skaičiuoja daiktus, rodo pirštais.
Pilsto skystį su samteliu, skaičiuoja, kiek kartų pylė.
Tęsia spalvų seką, tačiau dar nesuvokia jos dėsningumo.

Sąvokinis mąstymas („Kas tai yra?“, „Kuo šis skiriasi nuo kito?“) atsiskleidžia tada, kai vaikas ne tik atlieka veiksmus, bet ir pradeda vartoti matematines sąvokas, jas taikyti praktikoje. Tai rodo, kad vaikas supranta, ką skaičiuoja ar lygina, ir gali įvardyti atliekamas operacijas ar objektų ypatybes. Mokytojo užduotis – modeliuoti kalbą, padėti vaikui tiksliai išreikšti pastebėjimus ir skatinti vartoti tinkamas sąvokas. Sąvokinė raida yra svarbus tiltas, vedantis į gilų konceptualų supratimą.

Pavyzdžiai

Vaikas sako: „Šitas indas aukštesnis, bet talpina tiek pat.“
Lygindamas kaladėles sako: „Ši sunkesnė“ arba „Suskaičiavau: čia tiek pat, kiek ten.“
Tikslingai vartoja sąvokas: „daugiau“, „mažiau“, „tiek pat“, „trumpesnis“, „pirmas“.

Konceptualusis mąstymas („Kodėl tai veikia?“, „Kaip tai susiję su...?“, „Kas bus, jei...?“) atsiskleidžia, kai vaikas geba pagrįsti, paaiškinti ir taikyti žinias įvairiuose kontekstuose, kelti hipotezes, ieškoti dėsningumų. Tai ne tik gilesnis supratimas, bet ir gebėjimas mąstyti strategiškai bei kūrybiškai.

Pavyzdžiai

Vaikas sako: „Nors šitas indas aukštas, bet tas platesnis talpina daugiau vandens.“

Kuria savo seką: „Aš padariau seką – tylą, garsas, vėl tylą, garsas... Nes tai kartojasi – po tylos visada eina garsas. Dabar turi būti tylą.“

Atsako: „Vienas obuolys kainuoja 2 pinigus, o aš turiu 4, tai galiu nupirkti 2 obuolius.“

Svarbu pabrėžti, kad šie mąstymo tipai neturėtų būti suprantami kaip linijinė vaiko raidos eiga. Pagal vieną dedamąją vaiko mąstymas gali būti labiau pažengęs nei pagal kitą, todėl mąstymo tipų raiška gali skirtis priklausomai nuo ugdomosios veiklos konteksto.

Dedamosios yra tarpusavyje glaudžiai susijusios. Pavyzdžiui, dėliodamas kaštonus ar vienodo ilgio detales palei matuojamo objekto ilgį ir jas skaičiuodamas, vaikas vienu metu veikia dviejose – skaičiavimo ir matavimo – srityse. Kai vaikai siekia palyginti greta nesančių objektų ilgius, tačiau kiekvieną jų matuoja skirtingais sąlyginiais vienetais, natūraliai kyla klausimų apie matavimo vienetų pastovumą ir tikslumą. Tokios veiklos skatina konceptualųjį mąstymą – vaikai ima suvokti matavimą ne tik kaip praktinį veiksmą, bet ir kaip santykių, proporcijų bei standartų sistemą.

Būtent tokiais momentais matematika vaikams atsiskleidžia kaip vientisa, prasminga pažinimo sritis.



1.3. KOKIA MĄSTYMO TIPŲ STEBĖJIMO REIKŠMĖ UGDYMU?

Procedūrinio, sąvokinio ir konceptualiojo mąstymo stebėjimas suteikia mokytojui galimybę pamatyti ugdymo procesą iš arti, pastebėti vaiko mąstymo stiprybes, iššūkius ir individualius ugdymosi kelius. Jis padeda atskleisti ir vaiko gebėjimą jungti atskirų dedamųjų elementus, perėjimą nuo vieno mąstymo tipo prie kito skirtingose veiklose, integruotuose kontekstuose. Suprasti ir stebėti matematinio mąstymo tipus – tai pajusti vaiko pažinimo kelionę, kuri yra esminis sėkmingo ir įtraukiančio ugdymo pagrindas. Vaiko mąstymo ypatumų pažinimas padeda suplanuoti mokytojui ugdomasias veiklas, kurios atitinka vaiko pažintinius poreikius.

Taip pat svarbu žinoti vaiko mąstymo vystymosi žingsnius, nes tai padeda nuosekliai didinti užduočių sudėtingumą ir sudaryti sąlygas gilinti supratimą. Gilesniam skirtingų mąstymo tipų požymių pažinimui skirtas 1 priedas.

 **Plačiau: 1 priedas „Mąstymo tipų požymiai“.**

Trijų mąstymo tipų raida yra tiesiogiai susijusi su vaiko gebėjimu sėkmingai mokytis vėliau. Priešmokykliniame ir pradiniajame ugdyme matematikos pasiekimai struktūruojami per šias tris pasiekimų sritis:

- matematinį samprotavimą,
- matematinį komunikavimą,
- kūrybišką problemų sprendimą.

Jos glaudžiai susijusios su anksčiau minėtais mąstymo tipais (žr. 3 lentelę).



3 lentelė. Mąstymo tipų sąsaja su matematiniais pasiekimais (priešmokyklinio amžiaus vaikams)

Mąstymo tipas	Sąsaja su matematiniu samprotavimu	Sąsaja su matematiniu komunikavimu	Sąsaja su kūrybišku problemų sprendimu
Procedūrinis	Pradedama suprasti veiksmų seką (pvz., kaip skaičiuoti, rikiuoti, grupuoti). Pvz.: Vaikas skaičiuoja garsiai dėdamas daiktus į eilę.	Mokosi nusakyti, ką daro: „Pirmiausia padėjau vieną, tada dar vieną...“ Pvz.: Pasakoja draugui, kaip sudėjo daiktus į eilę.	Skatina ieškoti nuoseklaus sprendimo kelio. Pvz.: Sprendžia užduotį, kur reikia sudėti daiktus nuo mažiausio iki didžiausio.
Sąvokinis	Pradedama suprasti ir taikyti matematines sąvokas, sąryšius. Pvz.: Supranta, kad 5 obuoliai yra daugiau nei 3.	Vartoja matematines sąvokas: „daugiau“, „mažiau“, „tiek pat“, „didesnis“, „trikampis“ ir pan. Pvz.: Palygina dviejų pieštukų ilgius sakydamas: „Šitas ilgesnis.“	Pritaiko žinias ieškodamas įvairių būdų atlikti užduotį ar pasiekti rezultatą. Pvz.: Vaikas sugalvoja rūšiuoti figūras ne tik pagal spalvą ar formą, bet ir pagal tai, ar jos rieda, ar ne.
Konceptualusis	Skatina susimąstyti, <i>kodėl</i> veikia tam tikri dėsniai ar veiksmi. Pvz.: Pastebi, kad skaičius visada didėja pridėdant vieną.	Geba paaiškinti savo pasirinkimus ar pastebėjimus. Pvz.: Aiškina: „Jei paimsiu dar vieną, bus dešimt.“	Pradedama taikyti žinias naujose situacijose, kur reikia kūrybiškai mąstyti. Pvz.: Kuria savo žaidimą su karoliukais, pats sugalvoja spalvų seką ir ją tęsia.

Kaip matyti, visi trys mąstymo tipai svarbūs tolesnei vaiko matematinei raidai, nes ilgainiui transformuojasi į kompleksinius gebėjimus, kurie lemia sėkmę ne tik matematikos, bet ir kitose mokymosi srityse. Taigi visuminė mąstymo tipų raida ankstyvojoje vaikystėje tampa universaliu vaiko pažinimo įrankiu, stiprinančiu bendrą jo pasirengimą mokytis, tyrinėti ir kūrybiškai spręsti problemas įvairiausiuose kontekstuose.



STABTELĖKIME. KAS ŠIAME SKYRIUJE SVARBIAUSIA?

Pasiekimų sritis „Matematinis mąstymas“ ikimokykliniame ugdyme suprantamas kaip visuminė vaiko pažinimo ir mąstymo raidos sritis, peržengianti vien skaičiavimo ar matavimo ribas. Jis sudaro prielaidas vaikui tyrinėti, pastebėti dėsningumus, kelti klausimus ir ieškoti sprendimų.

Šios pasiekimų srities turinys struktūruojamas į keturias dedamąsias – skaičius, matus, formas ir sekas, kurios nuosekliai plėtojamos nuo praktinio veikimo iki gilesnio sąvokų ir jų tarpusavio ryšių supratimo. Ši pažanga siejama su procedūrinio, sąvokinio ir konceptualiojo mąstymo raida. Šių mąstymo tipų pažinimas ir stebėjimas leidžia kryptingai planuoti ugdymą ir sudaro tvirtą pagrindą matematikos mokymuisi tolesniuose ugdymo etapuose.



2. VAIKO MATEMATINIO MĄSTYMO KELIAS

Kaip pedagoginiai principai, kasdienės veiklos ir mokytojo sąveika formuoja vaiko matematinį mąstymą?

ŠIAME SKYRIUJE APTARSIME:

- 2.1. Kokiais pedagoginiais principais grindžiamas matematinio mąstymo ugdymas?
- 2.2. Kaip matematika atsiranda vaiko kasdienėse veiklose?
- 2.3. Kaip sąveikaudamas mokytojas skatina vaiko mąstymo augimą?
- 2.4. Kaip padėti vaikui pasitikėti savo matematiniu mąstymu?
- 2.5. Kaip skatinti vaiką reflektuoti savo mąstymą?



2.1. KOKIAIS PEDAGOGINIAIS PRINCIPAIS GRINDŽIAMAS MATEMATINIO MĄSTYMO UGDYMAS?

Pedagoginiai principai – tai kryptingos nuostatos ir vertybiniai orientyrai, kuriais remiamasi organizuojant ugdymo(si) procesą. Jie formuoja bendrą ugdymo(si) filosofiją ir kryptį. Ugdant matematinį mąstymą jie atlieka ypatingą vaidmenį – ne tik nurodo, kaip kurti vaikui prasmingas patirtis, bet ir padeda išlaikyti pusiausvyrą tarp vaiko saviraiškos laisvės ir kryptingo ugdymo, užtikrina, kad ugdymas būtų sistemiškas ir atliepiantis kiekvieno vaiko raidą ir poreikius.



Remiantis *Gairėmis*, pažangiomis ikimokyklinio matematikos ugdymo didaktikos praktikomis ir vaiko mąstymo plėtojimo logika, galima išskirti **keletą esminių principų**:

- Dėmesys mąstymo ugdymui
- Vaiko balso girdėjimas
- Vaikų turimos patirties svarba
- Aktyvus ugdymosi procesas
- Bendros prasmės kūrimas
- Pritaikymas ir įvairovės pripažinimas
- Visuminis (holistinis) požiūris



DĖMESYS MĄSTYMO UGDYMU

Matematinio ugdymo centre – vaiko mąstymo ugdymas. Vaikai mokosi ne tik atlikti matematinius veiksmus (procedūrinis mąstymas), bet ir suprasti jų prasmę (sąvokinis mąstymas), taip pat taikyti žinias įvairiuose kontekstuose, ieškoti dėsningumų ir kurti sprendimo strategijas (konceptualusis mąstymas). Tik nuosekliai ugdant visus šiuos mąstymo aspektus, vaikai įgyja tvirtą pagrindą tolesniam mokymuisi ir gebėjimą mąstyti logiškai, lanksčiai ir kūrybiškai.

VAIKO BALSŲ GIRDĖJIMAS

Ugdymas grindžiamas vaiko, kaip aktyvaus mokymosi dalyvio, įgalinimu. Vaikams sudaromos galimybės rinktis, klausti, spręsti, kelti hipotezes ir kurti savitus sprendimo būdus. Toks ugdymasis skatina gilesnį sąvokų suvokimą ir konceptualųjį mąstymą, nes vaikas veikia prasmingai ir sąmoningai. Vaiko balsas, pasirinkimai ir refleksijos yra neatskiriama ugdymosi proceso dalis.

VAIKŲ TURIMOS PATIRTIES SVARBA

Matematinis supratimas kuriamas remiantis vaiko turima patirtimi. Tik nuolatinė, gili ir personalizuota sąveika su pagrindinėmis matematinėmis idėjomis (pvz., skaičiaus samprata, dydžio

palyginimu, matavimu, erdvinių ryšių suvokimu, dėsningumų atpažinimu) leidžia vaikui žengti nuo konkretaus veikimo (procedūrinio mąstymo) link sąvokinio ir konceptualaus supratimo. Ugdymas turi atitikti esamą vaiko raidos lygį, bet kartu skatinti pažangą ir atliepti visų ugdymo sričių sąsajas.

AKTYVUS UGDYMO PROCESAS

Matematikos ugdymasis turėtų vykti aktyviai – per žaidimą, tyrinėjimą, problemų sprendimą, kūrimą ir refleksiją. Tokios ugdomosios veiklos leidžia vaikams ne tik lavinti veikimo įgūdžius, bet ir gilinti sąvokų supratimą ir pirmuosius konceptualiojo mąstymo gebėjimus. Per aktyvų įsitraukimą vaikai atranda, ką veikia, kodėl tai svarbu ir kaip tai susiję su jų aplinka.

BENDROS PRASMĖS KŪRIMAS

Ugdymasis grindžiamas abipusiu vaiko ir mokytojo (ar tarpusavio vaikų) supratimu. Bendros prasmės kūrimas vyksta per dialogą, bendras veiklas, klausymąsi ir atsakymų ieškojimą kartu. Vaikai mokosi ne tik kalbėti, bet ir girdėti vieni kitus, pripažinti skirtingas nuomones ir patirtis. Bendrai kuriama prasmė ir emocinis ryšys leidžia vaikui pasijusti svarbiu ugdymosi proceso dalyviu. Tokia ugdymo aplinka padeda vaikui išreikšti savo sąvokines idėjas, jas plėtoti, o per refleksiją – perkelti į gilesnį, abstraktų supratimą.

PRITAIKYMAS IR ĮVAIROVĖS PRIPAŽINIMAS

Vaikai skiriasi savo mokymosi būdu, tempu, patirtimi ir gebėjimais. Todėl siūlomos ugdomosios veiklos turėtų būti pritaikomos taip, kad kiekvienas galėtų augti nuo jam suprantamo procedūrinio veikimo link gilesnio sąvokų ir idėjų supratimo (pvz., vaikas ne tik moka suskačiuoti iki dešimties, bet ir supranta, ką reiškia skaičius – kad penki yra daugiau nei trys, arba kad skaičiai reiškia tam tikrą kiekį). Lanksti, atvira ir vaikui pritaikyta aplinka leidžia kiekvienam vaikui kurti asmeninį vystymosi kelią.

VISUMINIS (HOLISTINIS) POŽIŪRIS

Matematinis mąstymas vystosi per ryšius – tarp skirtingų matematikos sričių, tarp matematikos ir kitų ugdymosi pasiekimų sričių, tarp matematikos ir gyvenimo. Konceptualus supratimas stiprėja, kai vaikai geba susieti savo patirtį, taikyti ją naujuose kontekstuose, atpažinti matematinius reiškinius aplinkoje (pvz., pastebėti, kad ant stalo padėta lėkštė yra skritulio formos, kad pasikartojantis raštas kilime rodo dėsningumą). Visuminis požiūris skatina vaikus matyti matematiką kaip prasmingą, kūrybišką ir įdomią.



MATEMATINIO MĄSTYMO UGDYMO PRINCIPŲ SĄSAJA SU BENDRAISIAIS UGDYMO PRINCIP AIS

Svarbu pabrėžti, kad pateikiamas matematinio mąstymo ugdymo principų sąrašas nėra baigtinis ar griežtai fiksuotas. Jį reikėtų suvokti kaip lanksčią ir atvirą sistemą, kurią galima pritaikyti, interpretuoti ir prireikus papildyti, atsižvelgiant į vaikų poreikius ir konkretų ugdymo kontekstą. Šių principų visuma padeda užtikrinti, kad kiekvienas vaikas turėtų galimybę mąstyti, veikti, tyrinėti ir kurti prasmę.

Vis dėlto matematinio mąstymo principai neturėtų būti taikomi izoliuotai, atsietai nuo bendrosios ugdymo sampratos. Jie išplaukia iš *Gairėse* apibrėžtų bendrųjų ugdymo principų ir juos konkretizuoja, suteikdami jiems konkretų, praktinį turinį matematinio mąstymo ugdymo kontekste. Šių principų dermė yra būtina siekiant nuoseklaus, integralaus ir visapusiško ugdymo proceso.

Supratimas apie sąsajas tarp matematinio mąstymo principų ir bendrųjų ugdymo nuostatų leidžia natūraliai integruoti matematinio mąstymo ugdymą į įvairias ugdomasias veiklas, nes tai ne atskiras mokymo turinys, o vaikų mąstymo ir supratimo plėtojimo būdas. Tokia integracija stiprina tiek vaikų konceptualųjį mąstymą, tiek jų gebėjimą taikyti žinias įvairiuose kontekstuose. Toliau pateikiama 4 lentelė rodo matematinio mąstymo ugdymo principų sąsajas su visais *Gairėse* apibrėžtais bendraisiais ugdymo principais (*Gairės*, 3.1–3.11).

4 lentelė. Matematinio mąstymo ugdymo principų sąsaja su *Gairėse* pateiktais ugdymo principais

Matematinio mąstymo ugdymo principas	Susiję <i>Gairių</i> principai
Dėmesys mąstymo ugdymui	3.2 Vaiko raida ir ugdymo(si) dermė, 3.5 Integralumas, 3.10 Reflektyvus ugdymas(is)
Vaiko įgalinimas	3.6 Įtrauktis, 3.8 Vaiko ir mokytojo bendras veikimas, 3.9 Lėtas ugdymas(is)
Vaikų patirties svarba	3.1 Ugdymo(si) ir priežiūros vienovė, 3.2 Vaiko raidos ir ugdymo(si) dermė, 3.7 Kontekstualumas
Aktyvus ugdymosi procesas	3.3 Žaismė, 3.9 Lėtas ugdymas(is), 3.10 Reflektyvus ugdymas(is)
Bendros prasmės kūrimas	3.8 Vaiko ir mokytojo bendras veikimas, 3.10 Reflektyvus ugdymas(is), 3.11 Šeimos ir mokyklos partnerystė
Pritaikymas ir įvairovės pripažinimas	3.2 Vaiko raidos ir ugdymo(si) dermė, 3.6 Įtrauktis, 3.7 Kontekstualumas
Visuminis požiūris	3.5 Integralumas, 3.7 Kontekstualumas, 3.11 Šeimos ir mokyklos partnerystė

2.2. KAIP MATEMATIKA ATsiranda VAIKO KASDIENĖSE VEIKLOSE?

Sutelkime dėmesį į vaikų matematikos pažinimo eigą – kaip ji gimsta spontaniškose situacijose, vystosi per patirtį ir pereina į sąmoningą, kryptingą tyrinėjimą.

SPONTANIŠKUMAS: MATEMATIKA VAIKO KASDIENYBĖJE

Ikimokyklinio amžiaus vaiko aplinkoje matematinės idėjos dažnai gimsta natūraliai, be išankstinių planų – jos išplaukia iš vaikų klausimų, pastebėjimų, veiksmų. Tai spontaniškos, bet kupinos pažinimo galimybės. Mokytojo vaidmuo čia ypatingas – jis nėra tik stebėtojas, bet jautrus mąstymo skatintojas. Pastebėti, ką vaikas daro intuityviai, įvardyti tai matematine kalba, pakviesti mąstyti giliau ar pažiūrėti kitu kampu – tai pedagoginis menas.

Pavyzdžiui, rytinis sutikimas tampa proga skaičiuoti atvykusius vaikus, palyginti skaičius su vakar diena, aptarti, kiek trūksta draugų. Mokytojas gali paklausti: „*O jei dar du ateitų – kiek mūsų būtų?*“, „*Kiek būtų, jei Jonas išvyktų anksčiau?*“ Šie klausimai nesukuria spaudimo, bet skatina vaiką mąstyti, kelti hipotezes, žaisti su skaičiais mintyse.

Lauko veiklose vaikai žingsniuoja, matuoja atstumą, bando spėti, kiek reikia šuoliukų iki vartelių. Net valgymo metu skaičiuojama – kiek dar reikia šaukštų, kiek lėkščių padalinti. Visa tai – matematikos mokymasis, kuris vyksta be formalaus nurodymo, bet vaiko patirčiai labai naudingas.



Pavyzdys

Senelis į darželį atvežė dovanų pilną maišą obuolių. Kažkuris iš vaikų pasiūlė netradicinį obuolių panaudojimo būdą – išmatuoti vaikų ūgį obuoliais! Mokytoja nusišypsojo: praeitą savaitę vaikai mokėsi matuoti stalo ilgį dėliodami vienodo ilgio pagaliukus palei jo kraštą. Vaikų eksperimentus mokytoja įamžino nuotraukose.

Vėliau kažkas pasiūlė suskaičiuoti, kiek „obuolių aukščio“ yra kiekvienas vaikas. Visi drauge svarstė, kas yra aukščiausias, kas žemiausias, kiek obuolių sudaro skirtumą tarp dviejų draugų ūgio. Drauge su mokytoja aiškinosi, kuomet sakome aukštas – žemas, ilgas – trumpas, platus – siauras...



Taip natūraliai buvo ugdomi gebėjimai: gebėjimas stebėti, lyginti, analizuoti duomenis, daryti išvadas. Vaikai patyrė, kad matematika gali būti žaisminga, susijusi su kasdienėmis situacijomis ir jų pačių iniciatyvomis.

Mokytojos veiksmuose atsiskleidė esminiai matematinio mąstymo ugdymo principai:

- vaiko balso girdėjimas – ugdomoji veikla gimė iš vaikų iniciatyvos;
- dėmesys mąstymui – vaikai kviečiami ne tik veikti, bet ir svarstyti, ką jų veiksmai reiškia;
- patirties svarba – matematika kyla iš vaiko kasdienės patirties, o ne vien iš mokytojo pateiktų užduočių;
- aktyvus mokymasis – per skaičiavimą, kalbą;
- bendros prasmės kūrimas – vaikai diskutuoja, girdi vieni kitus;
- pritaikymas – kiekvienas dalyvauja pagal savo galimybes;
- visuminis požiūris – ugdomi ne tik skaičiavimo ir matavimo pradmenys, bet ir kalba, vaizduotė, bendravimas.

KRYPTINGUMAS: PLANUOTA UGDOMOJI VEIKLA

Nors spontaniškos situacijos yra puikus būdas įprasminti matematiką vaikų kasdienybėje, kryptingai planuotos veiklos padeda nuosekliai plėtoti vaikų mąstymą, ugdyti matematinę kalbą ir sąmoningai gilinti žinias. Tokios veiklos kuriamos turint aiškų tikslą ir atliepiant vaikų raidos ypatumus, patirtį, susidomėjimą.

Ugdomoji veikla tampa prasminga tada, kai ji remiasi tuo, kas vaikui artima, bet kartu siūlo iššūkį – kviečia tyrinėti giliau, palyginti, reflektuoti. Kryptingai planuojant svarbu ne tik ką vaikas veiks, bet kaip jis mąstys, ką stebės mokytojas ir kaip skatins vaikus kalbėti ir samprotauti.



Pavyzdys

Pasivaikščiojimo metu mokytojas pastebi vaikų susidomėjimą pastatais ir, tuo pasinaudodamas, inicijuoja veiklą, skirtą geometrinių figūrų pažinimui. Planuodamas veiklą numato tokią jos eigą:

1. *Patirties aktyvinimas.* Pokalbio metu vaikai pasakos, kokios formos langai jų namuose, ką matė gatvėje. Jie pieš ar rodys nuotraukas. Mokytojas stebės, kokias formas vaikai pastebi ir kaip jas įvardija.
2. *Kūrybinė ugdomoji veikla.* Vaikai kurs „miestą“ iš įvairių medžiagų – iškirptų geometrinių figūrų, kaladėlių, dėžučių, gamtinės medžiagos. Mokytojas kalbės su jais, tiksliai įvardydamas figūras („čia kvadratas“, „čia trikampis“), domės jų pasirinkimu: „Kodėl šiam langui pasirinkai kvadratą?“
3. *Refleksija.* Vaikai pristatys savo statinius, pasakos, kokias figūras naudojo, kodėl. Mokytojas padės jiems susieti pasakojimo idėjas su matematinėmis sąvokomis, formuluos klausimus, kurie kvies analizuoti ir mąstyti.

Pateiktame pavyzdyje mokytojo planuojamoje veikloje susijungia keli svarbūs matematinio mąstymo ugdymo principai:

- dėmesys mąstymui – vaikai nuolat kviečiami pagrįsti savo sprendimus, apmąstyti figūrų pasirinkimą, jų funkciją;
- vaiko balso girdėjimas – nėra „vieno teisingo“ sprendimo; vaikai kuria individualiai, pasirenka medžiagas ir formą;
- patirties svarba – ugdomoji veikla kyla iš vaikams pažįstamos realybės – jų pačių namų, gatvės architektūros;
- aktyvus mokymasis – jie dėlioja, kalba, analizuoja, per kūrybą gilinasi į matematines sąvokas;
- bendros prasmės kūrimas – refleksijos metu vyksta prasmingi pokalbiai tarp vaikų ir su mokytoju;
- pritaikymas – kiekvienas vaikas įsitraukia pagal savo gebėjimus ir patirtį, o mokytojas tą pripažįsta ir atliepia;
- visuminis požiūris – ugdomoji veikla lavina ne tik matematinį, bet ir kalbinį, socialinį, kūrybinį, motorinį gebėjimą.

Tokios veiklos ne tik ugdo sąvokinį mąstymą, bet formuoja vaikų santykį su matematika – kaip su gyva, tyrinėjama, logiška pasaulio pažinimo sritimi, o jų sėkmė priklauso ne tik nuo pasirinkto turinio (šiuo atveju – geometrinių figūrų), bet ir nuo to, *kaip* mokytojas jose veikia – kaip stebi vaikų mąstymą, kaip reaguoja, kokius sąveikos būdus pasirenka.



2.3. KAIP SĄVEIKAUDAMAS MOKYTOJAS SKATINA VAIKO MĄSTYMO AUGIMĄ?

Kiekviena matematinė situacija – tiek spontaniška, tiek planuota – tampa erdve sąveikai, kurioje mokytojas veikia kaip mąstymo partneris: klausosi, stebi, kviečia vaiką kalbėti, kelia klausimus, o kai reikia – padeda išskaidyti problemą ar pasiūlo naują galimybę.

Sąveika nėra statiška – ji nuolat kinta, priklausomai nuo vaiko raidos, susiduriamų barjerų, susidomėjimo ar naujų idėjų. Kartais pakanka vieno klausimo, kad vaikas suprastų, ką daro. Kitais atvejais reikia kryptingesnio postūmio ar pagalbos siejant jau turimas žinias. Mokytojo lankstumas, jautrumas ir gebėjimas „būti su vaiko mąstymu“ – esminiai mąstymo augimą palaikančio dialogo elementai.

Pateikiame keturis dažniausiai pasitaikančius sąveikos būdus, padedančius vaikui augti kaip aktyviam mąstytojui:

- Vaiko mąstymo krypties palaikymas
- Kryptingas postūmis
- Sąvokų perkėlimas į naują kontekstą
- Sąvokų ir „teorijų“ kūrimas



1. VAIKO MĄSTYMO KRYPTIES PALAIKYMAS

Mokytojas seka vaiko veiklą, pasitiki jo iniciatyva ir įsiterpia labai subtiliai – dažnai tik per klausimą ar pastebėjimą. Jis neperima veiklos, o padeda vaikui ją apmąstyti. Tokie klausimai skatina refleksiją, padeda įvardyti veiksmus ir suteikia vaikui pasitikėjimo savo mąstymu. Ši sąveika ypač padeda vystyti procedūriniam ir sąvokiniam mąstymui.

Pavyzdys

Vaikas stato bokštą iš vidutinio dydžio kaladėlių. Mokytojas pasidomi: „Kiek kaladėlių jau sudėjai?“, „Ar bokštas iš didesnių / mažesnių kaladėlių bus tokio paties aukščio?“



2. KRYPTINGAS POSTŪMIS

Kryptingas postūmis – tai mokytojo pagalba vaikui, kai jis veikia ir susiduria su sunkumais. Mokytojas padeda struktūruoti veiklą, užduoda klausimus, nukreipia mąstymą, bet palieka galutinį sprendimą vaikui. Taip išlaikomas vaiko aktyvumas, o kartu suteikiama reikiama parama pažangai.

Pavyzdys

Vaikas bando matuoti stačiakampio stalo ilgį, bet nežino, nuo ko pradėti. Mokytojas klausia: „Gal pradėsime matuoti nuo stalo kampo?“, „Ką galėtume naudoti matavimui?“, „Kaip manai, ar užteks vieno pieštuko kaip matavimo vieneto, ar reikės kelių?“

Šitaip mokytojas skatina vaiko mąstymą ir veiklą, padeda įsivertinti situaciją, o sprendimą priima pats vaikas. Tai palaiko vaiko motyvaciją ir skatina savarankiškumą.

3. SĄVOKŲ PERKĖLIMAS Į NAUJĄ KONTEKSTĄ

Kai vaikas jau turi pagrindinį sąvokos supratimą, mokytojas padeda ją pritaikyti: vaikas mokosi jungti patirtis, perkelti sąvokas ir ieškoti sprendimų naujose situacijose. Tai lavina mąstymo lankstumą ir polinkį gilintis.

Pavyzdys

Vaikas anksčiau matavo stalo ilgį: palei jo kraštą sudėliojo tokio paties ilgio pieštukus ir juos suskaičiavo. Pasakė: „*Penki pieštukai.*“ Dabar jis stato namą iš vienodų dėžių. Mokytojas klausia: „*Ar šios dvi namo sienos vienodo ilgio, kaip galime patikrinti?*“, „*Ar galime pritaikyti tai, ką darėme su stalo ilgiu?*“



4. SĄVOKŲ IR „TEORIJŲ“ KŪRIMAS

Mokytojas kviečia vaikus gilintis į sudėtingesnius reiškinius, kurie susiję su priežastimis, ryšiais ar abstraktesniais klausimais. Jis skatina vaikus pačius kurti paaiškinimus, taisykles. Šiame procese itin svarbios diskusijos, pavyzdžių analizė ir įvairių požiūrių išklausymas.

Pavyzdys

Vaikai skirtingomis priemonėmis matuoja stalo ilgį: vieno matavimo vienetas – pieštukas, kito – trintukas, trečio – delniukas. Pastebi, kad kiekvieno atsakymas kitoks. Mokytojas kelia klausimus: „*Kodėl skiriasi atsakymai, jei stalo ilgis tas pats?*“, „*Kaip žinoti, kuris matavimas tiksliausias?*“



Planuodamas ugdomąją veiklą, mokytojas sąmoningai renkasi tinkamiausią sąveikos būdą su vaiku (žr. 5 lentelę).

Mokytojo sąveika su vaiku yra dvikryptė – tai ne vien kryptingas mokytojo poveikis, bet nuolatinis reagavimas į vaiko iniciatyvą, klausimus, veiksmus. Atsižvelgiant į susiklosčiusią situaciją, sąveikos pobūdis gali kisti: nuo palaikymo pereinama prie postūmio, tuomet – prie perkėlimo ir galiausiai – prie sąvokų ar „teorijų“ kūrimo; šis procesas gali vykti ir priešinga kryptimi.

5 lentelė. *Pedagoginės sąveikos būdai matematinėje veikloje*

Sąveikos būdas	Mokytojo veiksmai	Skatinamas mąstymas	Vaiko vaidmuo	Praktinis pavyzdys
Vaiko mąstymo palaikymas	Stebi, užduoda atvirus klausimus, pasitiki vaiko idėjomis.	Procedūrinis, sąvokinis	Tyrinėtojas, kūrėjas	„Sakai, kad kilimas ilgas. Papasakok, kaip matavai.“
Kryptingas postūmis	Padedą suskaidyti užduotį, siūlo sumanymą.	Sąvokinis, konceptualusis	Sprendimų ieškotojas	„Turi virvutę. Kaip ją padėsi, kad būtų lengviau matuoti?“
Sąvokų perkėlimas	Kviečia taikyti jau pažįstamas sąvokas naujoje situacijoje.	Sąvokinis, → konceptualusis	Žinių taikytojas	„Pamenu, vakar matavom takelio ilgį žingsniais. Ar virvutė tiktų vietoje žingsnių?“
Sąvokų ir „teorijų“ kūrimas	Skatina tyrinėjimą, diskusiją, refleksiją.	Konceptualusis	Mąstytojas, aiškintojas	„Kaip žinoti, kuris išmatavo tiksliausiai? Kokias matavimo taisykles galime sugalvoti?“

Vaikų patirčių ir mąstymo refleksijai po ugdomosios veiklos rekomenduojama naudoti 2 priedą.

 **Plačiau: 2 priedas** „Klausimai vaikų refleksijai pagal mąstymo tipus“.

Planuodami ir reflektuodami vaikų matematinio mąstymo ugdymo(si) veiklas, mokytojai gali remtis 3 priede pateikta atmintine.

 **Plačiau: 3 priedas** „Matematinų veiklų atmintinė“.

2.4. KAIP PADĖTI VAIKUI PASITIKĖTI SAVO MATEMATINIŲ MĄSTYMU?

Suaugusiųjų lūkesčiai dėl greito rezultato ar „teisingų atsakymų“, neigiamos reakcijos į vaiko klaidas gali slopinti vaiko pasitikėjimą savimi. Jei pirmosios matematinės patirtys susijusios su įtampa, palyginimu su kitais ar baime suklysti, vaikas gali pradėti manyti, kad jo gebėjimai šioje srityje yra riboti. Tokį požiūrį dažnai sustiprina ir aplinkinių – tėvų, mokytojų ar visuomenės – nuostatos. Pavyzdžiui, jeigu suaugusieji patys bijo matematikos ar ją vertina kaip „sunkų“ dalyką, šią nuostatą jie gali perduoti vaikui net ir netiesiogiai.

Todėl ypač svarbu kurti aplinką, grįstą augimo mąstysena, – joje vaikui būtų saugu tyrinėti, klysti, išbandyti įvairius sprendimus ir mokytis iš patirties. Ugdytojo vaidmuo – puoselėti pasitikėjimą, skatinti atkaklumą, padrašinti ir parodyti, kad klaidos yra natūrali ir vertinga mokymosi dalis, padedanti geriau suprasti pasaulį ir nuosekliai tobulėti.

Mąstymo augimą skatina ne vertinimai, o atviri, mąstymą plečiantys klausimai, pavyzdžiui:

„Ką darytum kitaip?“;

„Kaip dar galėtume tai spręsti?“;

„Kas galėjo padėti gauti kitokį rezultatą?“;

„Ką sužinojai bandydamas?“



Kitas būdas mažinti įtampą dėl nesėkmių – įtraukti humorą, žaismę ir vaizduotę. Pavyzdžiui, veiklose gali atsirasti „klaidų personažas“ – sumaišęs skaičius, pametęs formas ar pamiršęs eiliškumą. Vaikai padeda jam susigaudyti, kartu patys reflektuodami savo supratimą ir stiprindami žinojimą, kad mokymasis – tai procesas, o ne galutinis rezultatas. Tokie epizodai sumažina baimę suklysti, stiprina savivoką, ugdo empatiją.

Pavyzdys

Ugdomoji veikla „Klysti – nieko tokio“ (žaidimas su kortelėmis)

Mokytoja rodo vaikams kortelę ir pasakoja:

„Grybukas skaičiavo lašelius: „Vienas, du, trys, penki!“ Staiga atbėgo meškiukas ir sako: „Palauk, palauk, kažkas čia ne taip... Gal padėsi man?“

Užduotis vaikams:

Padėti grybukui suskaičiuoti iš naujo ir kartu pasijuokti: „Grybuk, tu praleidai keturis“, „Nieko tokio, dabar žinosi!“



Pavyzdys

Stebėta ugdomoji veikla „Kvadratas nori būti trikampiui“

Mokytoja rodo vaikams kvadratą vaizduojantį personažą: „Man atrodo, kad aš trikampis! Bet... kažkodėl turiu keturias kraštines... Gal man padėsit?“

Vaikai juokiasi: „Tu ne trikampis! Trikampis turi tris kraštines!“

Jonas ima trikampį: „Štai čia trikampis. Skaičiuok šonus!“

Greta pasišauna padėti kvadratui skaičiuoti: „Vienas, du, trys, keturi. Tu – kvadratas!“

Kvadratas (sumišęs, bet linksmas): „Oho! Suklydau. Ačiū, kad padėjot!“

Jonas: „Nieko tokio, visi kartais klysta!“

Mokytoja: „Kodėl, jūsų manymu, kvadratas suklydo?“

Jonas: „Gal norėjo būti kitoks.“

Greta: „Arba pamiršo, kaip skaičiuoti.“

2.5. KAIP SKATINTI VAIKĄ REFLEKTUOTI SAVO MĄSTYMĄ?

Dar viena labai svarbi matematinės veiklos dalis – refleksija. Tai momentas, kai vaikai svarsto: *ką veikiau, ką supratau, ką norėčiau pabandyti kitaip*. Prieš planuojant veiklą, verta susitarti, kokia forma bus taikoma refleksija, kad ji būtų suprantama ir priimtina tiek vaikui, tiek suaugusiajam.

Refleksijos būdai gali būti įvairūs – jie priklauso nuo vaikų amžiaus, situacijos, veiklos pobūdžio. Be žodinės ar vaizdinės refleksijos, mažiausi vaikai dažnai reflektuoja per veiksmus, kūno kalbą, emocinį reagavimą. Jie gali džiaugtis pavykusi bandymu, piktintis nesėkme, kartoti veiksmą, kurį nori geriau suprasti. Tokia refleksija – tai tyli, bet reikšminga jų mąstymo išraiška, kurią suaugusysis gali padėti atpažinti ir įvardyti. Mokytojo užduotis – būti jautriam šiems ženklams ir padėti vaikui palaipsniui pereiti nuo vidinio išgyvenimo prie sąmoningo įvardijimo.

Toliau pateikiamoje 6 lentelėje rasite konkrečių pavyzdžių, kaip refleksija gali būti taikoma vaikų matematinėje veikloje.



6 lentelė. Refleksijos būdai matematinėje veikloje

Refleksijos būdas	Tikslas	Praktinis pavyzdys
Piešinys	Vizualiai išreikšti patirtį ar sprendimą.	„Nupiešiau, kaip bokštas griuvo, bet tada pastatėm naują.“
Vaiko mintys (mokytojo užrašomos)	Įvardyti mąstymą, sprendimus, jausmus.	„Kitą kartą pradėsiu nuo platesnio pagrindo.“
Simbolinis įvertinimas	Skatinti pastangas, atkaklumą, bandymą.	„Lipdukas už tai, kad bandžiau 3 kartus.“
Pokalbis grupėje	Dalintis, išgirsti kitų sprendimus, įsivardyti.	„Aš pabandžiau išmatuoti batais, bet draugas naudojo knygą.“
Refleksija per veiksmus arba emocijas	Išreikšti supratimą, jausmą, bandymą be žodžių.	Vaikas šypsosi ir pakartoja sėkmingą veiksmą; nusivilia, kai bokštas griūva; susimąsto, kaip daryti kitaip.

Norint plėtoti vaikų mąstymą, svarbu, kad *ir mokytojas* nuolat apmąstytų savo ugdymo praktiką ir sąveikos su vaikais būdus. Tik mąstymo augimą palaikančioje edukacinėje terpėje vaikas ima suvokti matematikos mokymąsi kaip atvirą, nuolat besitęsiantį tyrinėjimo procesą, kai svarbu ne tik rasti atsakymą, bet gebėti jį susikurti pačiam.



STABTELĖKIME. KAS ŠIAME SKYRIUJE SVARBIAUSIA?

Matematinis ugdymas(is) ikimokykliniame amžiuje – tai nuolatinis judėjimas tarp spontaniškumo ir kryptingumo. Šiame kelyje mokytojas atlieka jungiamąją grandį tarp vaiko patirties, mąstymo ir ugdymosi aplinkos. Jo vaidmuo – ne vadovauti, o lydėti, stebėti, siūlyti atramas ir padėti vaikui reflektuoti. Tai padeda vaikui ne tik įgyti matematinio mąstymo pasiekimų, bet ir kurti pasitikėjimu grįstą, atvirą santykį su mokymusi.



3.

UGDYMOSI) BŪDAI, SKATINANTYS VAIKO MĄSTYMO RAIDĄ

Kaip skirtingi ugdymo(si) būdai padeda vaikui atrasti, suprasti ir pamėgti matematiką?

ŠIAME SKYRIUJE APTARSIME:

3.1. Kaip vaikas atranda matematiką per veiksmą ir pojūčius?
(*Patirtiniai būdai*)

3.2. Kaip žaidime atrandami dėsningumai?
(*Žaidybiniai būdai*)

3.3. Kaip per klausimus ir smalsumą imama pažinti matematiką?
(*Tyrinėjimu grįsti būdai*)

3.4. Kaip vaikas mato, liečia ir įsivaizduoja matematiką?
(*Vizualieji būdai*)

3.5. Kaip vaikas mokosi spręsti problemas pasitelkdamas matematiką?
(*Sprendimo paieškos būdai*)

3.6. Kaip vaikas ima suprasti, kaip mokosi matematikos?
(*Reflektavimo būdai*)



3.7. Kaip kūrybinės ir meninės veiklos atveria erdvę matematinio mąstymo ugdymuisi?
(*Kūrybiniai būdai*)

3.8. Kaip vaikas atpažįsta matematiką įvairiuose kontekstuose?
(*Integralios veiklos*)

3.9. Kaip vaikas kalba apie matematiką ir diskutuoja su kitais?
(*Dialoginiai būdai*)

3.10. Kaip suvokiama savo pažanga matematikoje?
(*Savistabos būdai*)

3.11. Kaip skirtingi ugdymo(si) būdai padeda vaikui augti kaip mąstytojui?

3.1. KAIP VAIKAS ATRANDA MATEMATIKĄ PER VEIKSMĄ IR POJŪČIUS? (PATIRTINIAI BŪDAI)

Vaikui augant ir tyrinėjant aplinką, matematikos supratimas formuojasi per veiklą, jutimus ir asmeninę patirtį. Stebėdami, liesdami, dėliodami, rūšiuodami, lygindami, judėdami ar matuodami, vaikai savaime patiria, ką reiškia kiekis, forma, erdviniai santykiai.

Šiame procese vaikas ne tik priima informaciją, bet ir pats ją atranda, interpretuoja ir reflektuoja – tai stiprina jo motyvaciją ir gilina supratimą. Taip matematika tampa ne tik žinių sritimi, bet ir būdu pažinti pasaulį.



Patirtinių ugdymo(si) būdų yra įvairių (žr. 7 lentelę). Jie gali būti taikomi tiek spontaniškose kasdienėse situacijose, tiek planuotoje veikloje.

7 lentelė. Patirtinių ugdymo(si) būdų taikymo pavyzdžiai

Būdas	Kaip pasireiškia?	Pavyzdys
Veiklos pagrindu grįstas patyrimas	Vaikai aktyviai liečia, pila, stato, matuoja.	Vandens pylimas į indus, tūrio tyrinėjimas.
Eksperimentavimu grįstas patyrimas	Vaikai tyrinėja, eksperimentuoja: keičia sąlygas, stebi rezultatus.	Šešėlių matavimas skirtingu paros metu.
Stebimasis patyrimas (mokymasis stebint)	Kryptingai stebimi ir reflektuojami reiškiniai ir procesai.	Šešėlių ilgio palyginimas ir pokyčių aiškinimas.
Mokymasis per sąveiką su objektais	Mokomasi per sąveiką su daiktais: objektai rūšiuojami, dėliojami, tvarkomi.	Karoliukų vėrimas pagal spalvą ar dydį.
Kinestetinis patyrimas (mokymasis per judesį)	Mokomasi per judesį ir kūno patirtį: judama erdvėje, matuojama žingsniais, atliekamos ritminės veiklos.	Kilimo ilgio matavimas žingsniais.

Svarbu sudaryti galimybes vaikams mokytis bendradarbiaujant su bendraamžiais, dalinantis idėjomis ir kartu ieškant sprendimų. Tokia patirtis stiprina ne tik matematinius gebėjimus, bet ir socialinius įgūdžius – kantrybę, pagarbą kitam, gebėjimą susitarti.

MĄSTYMO UGDYMAS, TAIKANT PATIRTINIUS UGDYMOSI BŪDUS

- Procedūrinis mąstymas lavinamas per nuoseklius, struktūruotus veiksmus. Pavyzdžiui, pildami vandenį iš vieno indo į kitą, vaikai mokosi veikti tiksliai, laikytis eiliškumo, stebėti rezultatą. Kilimo ilgio matavimas žingsniais moko nuoseklumo, o karoliukų rūšiavimas ugdo veiklos planavimą ir sekos pojūtį.
- Sąvokinis mąstymas ugdomas tuomet, kai vaikas per patirtį įprasmina matematines sąvokas. Pavyzdžiui, stebėdamas, kaip keičiasi šešėlio ilgis, vaikas pradeda suprasti sąvokas „ilgas“, „trumpas“, „pakitęs“. Lyginamas vandens kiekį skirtinguose induose, vaikas įgyja supratimą apie tūrį, kiekį, formą. Kai vaikas stato bokštus iš kaladėlių, mokytojas gali įtraukti sąvokas „aukštesnis“, „žemesnis“, padėdamas vaikui ne tik veikti, bet ir sieti veiksmus su matematinėmis sąvokomis.
- Konceptualusis mąstymas stiprėja, kai vaikai pradeda kelti klausimus apie reiškinių priežastis, sieja skirtingus reiškinius tarpusavyje ir atranda dėsningumus. Pavyzdžiui, stebėdami, jog šešėlio ilgis keičiasi priklausomai nuo paros laiko, jie pradeda suprasti laiko, šviesos krypties ir objektų sąveiką. Tyrinėdami, kodėl tūris priklauso ne tik nuo indo aukščio, bet ir nuo formos, jie pereina nuo paviršutiniško suvokimo prie gilesnių matematinių ryšių analizės. Tokie klausimai rodo ne tik susidomėjimą, bet ir gebėjimą modeliuoti, spėti, paaiškinti – tai esminės konceptualiojo mąstymo savybės.

Patirtinių ugdymo(si) būdų taikymas

Vaikams iki 3 metų: vaikai tiria skirtingų formų, dydžių ar tekstūrų objektus – pila pupeles, deda kaladėles į dėžę, dėlioja daiktus eilėje. Tokie veiksmai ugdo procedūrinį mąstymą (pvz., mokosi dėti po vieną). Liesdami ir lygindami – kur didesnis, sunkesnis, šiltesnis – pradeda pažinti kiekybines ir erdvines sąvokas (sąvokinis mąstymas). Stebėdami, kad „*jei į dubenį įdėsime daugiau – jis pasunkės*“, pradeda suprasti paprastus priežasties ir pasekmės ryšius (konceptualusis mąstymas).

Vaikams nuo 3 iki 6 metų: vaikai eksperimentuoja su kiekiais (beria smėlį į formas), lygina, skaičiuoja, kiek telpa viename inde. Veiksmų sekos (pvz., užpildyti, ištuštinti, pakartoti) ugdo procedūrinį mąstymą. Lygindami daiktus pagal dydį, kiekį, formą, tvirtina sąvokas: „*daugiau*“, „*ties pat*“, „*aukštesnis*“. Stebėdami, jog keičiant vieną elementą kinta rezultatas (pvz., įpylus daugiau – padidėja tūris), pradeda abstrakčiai suprasti, kaip dydžiai tarpusavyje susiję.

Taigi, patirtiniai ugdymo(si) būdai padeda vaikui „per kūną“ ir veikimą pereiti nuo konkrečių pojūčių prie abstraktesnio matematinio suvokimo, ugdant visus pagrindinius mąstymo aspektus integralioje, vaikui natūralioje aplinkoje.

3.2. KAIP ŽAIDIME ATRANDAMI DĖSNINGUMAI? (ŽAIDYBINIAI BŪDAI)

Žaidybiniai ugdymo(si) būdai sudaro sąlygas vaikui patirti matematiką per prasmingą, natūralų ir įtraukiantį veiklos kontekstą – žaidimą. Žaisdami vaikai tyrinėja, klysta, derasi, taiko taisykles ar jas kuria patys. Skaičiai, matavimai, palyginimai ar loginiai ryšiai atsiranda tarsi tarp kitko – kaip būtina priemonė norint pasiekti žaidimo tikslą, laimėti ar susitarti.



Žaidybiniai ugdymo(si) būdai gali būti taikomi įvairiomis formomis – nuo klasikinio stalo žaidimo iki vaikų pačių kuriamų žaidimų taisyklių ar vaidybinių situacijų, kur matematika įsiliesia natūraliai (žr. 8 lentelę).

8 lentelė. Žaidybinių ugdymo(si) būdų taikymo pavyzdžiai

Būdas	Kaip pasireiškia?	Pavyzdys
Stalo žaidimai su taisyklėmis	Vaikai meta kauliukus, skaičiuoja, lygina, laikosi taisyklių.	„Kas daugiau surinks?“ – skaičiavimas, planavimas.
Judrieji žaidimai	Vaikai juda pagal nurodymus, skaičiuoja žingsnius, reaguoja į sąlygas.	„Skaičių labirintas“ – judėjimas, koncentracija.
Vaidmenų žaidimai	Vaikai imituoja realias situacijas, atlieka matematinius veiksmus.	„Parduotuvė“ – skaičiavimas, svėrimas, kainų nustatymas.
Vaikų kuriami žaidimai	Vaikai kuria taisykles, keičia eiga, planuoja sumanymus.	Žaidimas su skaičių kortelėmis ar figūromis – naujų taisyklių kūrimas.

Kurdami ir keisdami žaidimo taisykles, jie mokosi taikyti skaičiavimo, lyginimo, rūšiavimo ar matavimo gebėjimus praktikoje. Tai skatina aktyvų įsitraukimą, smalsumą ir leidžia matematiką patirti kaip gyvą, nuolat kintantį procesą.

MĄSTYMO UGDYMAS, TAIKANT ŽAIDYBINIUS UGDYMO SI BŪDUS

- Procedūrinis mąstymas vystosi per nuoseklių veiksmų atlikimą ir taisyklių laikymąsi. Vaikai meta kauliukus, skaičiuoja taškus, atlieka ėjimus, reaguoja į žaidimo pokyčius – taip lavėja jų dėmesys, skaičiavimo įgūdžiai, veiksmų seka ir strateginis elgesys.
- Sąvokinis mąstymas stiprėja, kai vaikai natūraliai ir tikslingai vartoja matematines sąvokas žaidimo kontekste: „daugiau – mažiau“, „ilgesnis – trumpesnis“, „arčiau – toliau“, „pirmas – paskutinis“. Jie ne tik atpažįsta šias sąvokas, bet ir taiko jas sprenddami užduotis ar analizuodami žaidimo situacijas. Pavyzdžiui, žaisdami „parduotuvę“, vaikai skaičiuoja prekių kiekius: „Aš turiu tris obuolius, o tu – penkis, tai aš turiu mažiau.“ Matavimo situacijose, statydami bokštą, lygina jų aukštį: „Šis bokštas aukštesnis už tą.“ Tokie žaidimai, ugdant matematinį mąstymą per natūralią vaikų patirtį, padeda giliau suprasti kiekybinius, erdvinius ir eiliškumo ryšius.
- Konceptualusis (ir strateginis) mąstymas ryškėja tada, kai vaikai planuoja savo veiksmus iš anksto, prognozuoja kitų žaidėjų sprendimus, kuria žaidimo taisykles ar keičia eigą. Šitaip jie ne tik žaidžia, bet ir sąmoningai konstruoja veikimo modelius, mokosi vertinti pasirinkimų pasekmes ir priimti pagrįstus sprendimus.

Patirtinių ugdymo(si) būdų taikymas

Vaikams iki 3 metų: žaisdami vaikai įsisavina veiksmų seką (pvz., deda žiedus ant stovo) – tai ugdo procedūrinį mąstymą. Per pasikartojančius žaidimus pradeda suprasti paprastas sąvokas, tokias kaip „daug – mažai“, „vienuje – ant viršaus“, taip lavėja vaikų sąvokinis mąstymas.

Vaikams nuo 3 iki 6 metų: žaisdami vaidmenų žaidimus („parduotuvė“, „statybininkai“) naudoja skaičiavimą – deda prekes, ima pinigų, skaičiuoja produktus. Žaidime taikoma veiksmų seka ugdo procedūrinį mąstymą. Kartu vaikai lygina daiktus, rūšiuoja pagal kiekį, dydį, formą, vartoja matematikos terminus – ugdomas sąvokinis mąstymas. Kurdami žaidimo taisykles („Jei gauni 3 obuolius, vieną atiduodi.“) ar keisdami skaičiavimo būdą pagal situaciją, mąsto konceptualiai.

Žaidybinė veikla ne tik sudaro sąlygas vaikui kelti matematinius klausimus, priimti sprendimus, išreikšti idėjas, taip pat skatina bendradarbiauti ir pasitikėti savimi. Taigi ji ugdo ne tik pažintinius, bet ir socialinius bei emocinius gebėjimus – visus svarbius tolesniam, sėkmingam matematikos mokymuisi.

3.3. KAIP PER KLAUSIMUS IR SMALSUMĄ IMAMA PAŽINTI MATEMATIKĄ? (TYRINĖJIMU GRĮSTI BŪDAI)

Tyrinėjimu grįsti ugdymo(si) būdai remiasi natūraliu vaiko smalsumu – noru suprasti pasaulį, kelti klausimus, spėti ir ieškoti atsakymų. Tokiose veiklose matematika atsiskleidžia kaip tiesioginis tyrinėjimo įrankis: per ją vaikas aiškinasi dėsningumus, reiškinių priežastis, pasitikrina savo samprotavimus. Taikant šiuos būdus svarbiausia – ne tik rezultatas, bet pats procesas: klausimas, hipotezė, bandymas, abejonė, atradimas.



Tyrinėjimu grįsti ugdymo(si) būdai gali būti taikomi įvairiai – nuo kasdienių situacijų stebėjimo iki sąmoningo hipotezių tikrinimo. Toliau pateikiami pavyzdžiai padeda suprasti, kaip šie būdai taikomi praktiškai (žr. 9 lentelę).

9 lentelė. *Tyrinėjimu grįstų ugdymo(si) būdų taikymo pavyzdžiai*

Būdas	Kaip pasireiškia?	Pavyzdys
Klausimų formulavimas	Vaikas klausia, ką nori sužinoti.	„Kuris vaisius mėgstamiausias?“
Hipotezės tikrinimas	Vaikas spėja, kas bus dažniausia.	„Manau, daugiausiai vaikų mėgsta bananus.“
Duomenų rinkimas	Vaikas skaičiuoja, kas ką pasirinko.	Skaičiuoja, kiek vaikų pasirinko obuolį, kiek – bananą.
Duomenų lyginimas ir analizė	Vaikas lygina kiekius.	Pamato, kad obuolių pasirinkta daugiau nei bananų.
Eksperimentavimas su skaičiais	Vaikas keičia sąlygas ir stebi pokyčius.	Bando klausimą pakartoti apie kitus vaisius.
Rezultatų vizualizavimas	Vaikas parodo duomenis lipdukais ar piešiniais.	Klijuoja lipdukus prie vaisių paveikslėlių.
Išvadų formulavimas	Vaikas paprastai pasako, ką pastebėjo.	„Daugiausiai vaikų mėgsta obuolius.“

MĄSTYMO UGDYMAS, TAIKANT TYRINĖJIMU GRĮSTUS UGDYMO SI BŪDUS

- Procedūrinis mąstymas ugdomas per duomenų rinkimo ir sisteminimo veiklas. Vaikai mokosi suskaičiuoti, fiksuoti balsus, naudoti simbolius ar lipdukus rezultams žymėti. Pavyzdžiui, apklausdami draugus apie mėgstamus vaisius ar veiklas, jie atlieka aiškius, pasikartojančius veiksmus, kurie moko tvarkos, nuoseklumo ir atidumo.
- Sąvokinis mąstymas stiprėja, nes vaikai ne tik supranta, bet ir vartoja sąvokas: „dauguma“, „mažuma“, „tiek pat“, „daugiau“, „mažiau“, „dažniausiai“, „rečiau“. Šios sąvokos įgauna prasmę, kai vaikai jas taiko realiose situacijose, pavyzdžiui, vertindami, kurios spalvos pieštukai dažniausiai naudojami, ar kiek vaikų pasirinko žaisti lauke. Matematinė kalba tampa gyva ir prasminga.
- Konceptualusis mąstymas skatinamas, kai vaikai pradeda kelti klausimus apie duomenis, ieško paaiškinimų ir formuluoja išvadas. Pavyzdžiui, jie gali svarstyti, kodėl vieną dieną daugiau vaikų rinkosi piešti, o kitą – žaisti lauke; kodėl daugiausia lipdukų yra prie tam tikro vaisiaus. Tokios situacijos skatina ieškoti dėsningumų, atpažinti ryšius, analizuoti priežastis ir pasekmes.

Tyrinėjimu grįstų ugdymo(si) būdų taikymas

Vaikams iki 3 metų: tyrinėdami daiktus (barsto, pila, dėlioja) vaikai veikia nuosekliai, lavindami procedūrinį mąstymą. Liesdami, matuodami, stebėdami jie pradeda susieti objektų savybes su pojūčiais – pavyzdžiui, sunkus, šaltas, didelis – taip ugdomas sąvokinis mąstymas.

Vaikams nuo 3 iki 6 metų: vaikai eksperimentuoja: kiek monetų reikia, kad nuskęstų laivelis; kokia medžiaga sveria daugiau. Atlieka veiksmus nuosekliai (procedūrinis mąstymas). Lygina, grupuoja, apibūdina – „trys mažos, viena didelė“, „šitas sunkesnis už aną“ (sąvokinis mąstymas). Pastebi ir paaiškina: „Jei dedu daugiau monetų – laivas grimzta“, taip kuria priežasties ir pasekmės ryšius (konceptualusis mąstymas).

Tyrinėjimu grįsti ugdymo(si) būdai padeda vaikui pereiti nuo atsitiktinio stebėjimo prie struktūruoto pažinimo, o matematika ima reikštis ne tik kaip skaičių sistema, bet ir kaip būdas pažinti pasaulį: suprasti, palyginti, numatyti. Be to, tyrinėjimo veiklos ugdo vaikų savarankiškumą, kritinį mąstymą ir norą ieškoti atsakymų – tai itin svarbu tolesniam jų mokymuisi.

3.4. KAIP VAIKAS MATO, LIEČIA IR ĮSIVAIZDUOJA MATEMATIKĄ? (VIZUALIEJI BŪDAI)

Vaikai pasaulį pirmiausia pažįsta akimis – per spalvas, formas, dydžius, erdvinius santykius. Vizualieji ugdymo(si) būdai padeda jiems pamatyti matematiką – ne tik girdėti apie ją, skaičiuoti, bet ir tiesiogiai stebėti, dėti, piešti, modeliuoti ar gestais išreikšti skaičių reikšmes.



Matydamas, liesdamas, dėliodamas ar piešdamas, vaikas ne tik geriau įsimena, bet ir interpretuoja, lygina, atranda dėsningumus, kuria savo struktūras. Vaizdai, simboliai, pirštų gestai, daiktų dėliojimas ar piešiniai leidžia suvokti kiekius net ir be tradicinių skaičių. Tokie ugdymo(si) būdai lavina gebėjimą susieti regimąją informaciją su matematinėmis reikšmėmis ir sąvokomis – tai ypač svarbu ankstyvajame amžiuje (žr. 10 lentelę).

10 lentelė. *Vizualiųjų ugdymo(si) būdų taikymo pavyzdžiai*

Būdas	Kaip pasireiškia?	Pavyzdys
Objektų grupavimas	Vaikai grupuoja objektus pagal spalvą, formą, dydį.	Skritulio ir ne skritulio formos daiktai
Geometrinių figūrų dėliojimas	Kuria paveikslėlius iš skirtingų figūrų.	Trikampių, skritulių, kvadratų kompozicijos
Schemų sudarymas	Piešia schemas, jungia objektus linijomis.	Skaičių schemas, formų jungimo žemėlapiai
Spalvinių simbolių naudojimas	Spalvas naudoja skaičiams ar jų reikšmėms žymėti.	Spalvotos skaičių kortelės, eilučių modeliai
Diagramų ir modelių kūrimas	Vaizduoja sekas, kiekius, dėsningumus per objektus ir ženklus.	Kortelių dėstymas pagal taisyklę, pasikartojančių elementų sekos
Neskaitinis vaizdavimas	Naudoja pirštus, piešinius ar daiktus kaip skaičiavimo įrankį.	Rodo „3“ pakeldamas tris pirštus, piešia 4 gėles vietoj „4“.

MĄSTYMO UGDYMAS TAIKANT VIZUALIUOSIUS UGDYMO(SI) BŪDUS

- Procedūrinis mąstymas ugdomas atliekant nuoseklius veiksmus: vaikas dėlioja objektus, piešia struktūras, skaičiuoja pirštais, sudėlioja seką kortelėmis. Veiksmai virsta mąstymo logika.
- Sąvokinis mąstymas vystosi per sąvokų suvokimą ir vartojimą vaizdiniame kontekste: „*du tokie patys*“, „*didesnis trikampis*“, „*keturi vienodi kubai*“. Vizualieji ugdymo(si) būdai padeda įtvirtinti pagrindines matematines sąvokas.
- Konceptualusis mąstymas stiprėja, kai vaikas pradeda suprasti, kad skirtingos vaizdinės išraiškos žymi tą patį kiekį: kad „*trys pirštai*“, „*trys akmenėliai*“, „*trys pieštukai*“ ar skaičius „3“ žymi tą pačią sąvoką – kiekį. Vaikas ima suprasti dėsningumus ir ryšius, nepriklausomai nuo konkretaus vaizdavimo būdo.

Šie ugdymo(si) būdai remiasi veiksmo–vaizdo–abstrakcijos principu, kai vaikai pirmiausia veikia su realiais daiktais, vėliau piešia, žymi ar modeliuoja ir tik tuomet pereina prie abstrakčių matematinių sąvokų. Toks nuoseklus perėjimas padeda natūraliai auginti supratimą ir suteikia galimybę kiekvienam vaikui mokytis pagal savo patirties lygmenį. Taip matematika tampa vaikui ne abstrakti ir tolima, bet regima, patiriama ir prasminga – kaip viena iš pasaulio pažinimo kalbų.

Vizualiųjų priemonių taikymas

Vaikams iki 3 metų: stebėdami paveikslėlius, spalvas ar formas, vaikai mokosi atpažinti objektus, veiksmų sekas (procedūrinis mąstymas), tapatina formą su pavadinimu, dydį su kiekiu – ugdomas sąvokinis mąstymas.

Vaikams nuo 3 iki 6 metų: vaikai analizuoja vaizdines sekas, skaičių juostas, kalendorius – tai ugdo veiksmų ir reiškinių tvarką (procedūrinis mąstymas). Lygina paveikslėlius, grupuoja pagal formą, spalvą, kiekį – sąvokinis mąstymas. Pastebi dėsningumus – „*šitos figūros visos turi 3 kampus*“, – tai rodo konceptualųjį mąstymą.



3.5. KAIP VAIKAS MOKOSI SPRĘSTI PROBLEMAS PASITELKIDAMAS MATEMATIKĄ? (SPRENDIMO PAIEŠKOS BŪDAI)

Sprendimų paieškos ugdymo(si) būdai padeda vaikams suvokti matematiką kaip būdą spręsti realias ar įsivaizduotas problemas. Tokiose veiklose matematika tampa ne tik žinių, bet ir veikimo, supratimo, sprendimo priėmimo priemone (žr. 11 lentelę).



Vaikai veikia situacijose, kuriose reikia mąstyti, numatyti, derėtis, priimti sprendimus. Šios situacijos ugdo savarankiškumą, atsakomybę, bendradarbiavimą ir skatina taikyti matematinį mąstymą dinamiškai, kūrybiškai.

11 lentelė. *Sprendimų paieškos ugdymo(si) būdų taikymo pavyzdžiai*

Būdas	Kaip pasireiškia?	Pavyzdys
Probleminių situacijų sprendimas	Vaikai nagrinėja klausimus, siūlo sprendimus, ieško variantų.	Maršruto kūrimas „skaičių labirinte“: kuris kelias trumpesnis?
Strateginis planavimas	Numato veiksmų pasekmes, planuoja žingsnius.	Skaičiuoja „pinigus“ žaidime „parduotuvė“.
Diskusijos ir argumentavimas	Aptaria, vertina, pagrindžia sprendimus ar pasirinkimus.	Obuolių dalybos: kaip padalinti teisingai – po lygiai ar pagal poreikį?

Svarbu, kad vaikai būtų skatinami klausti „kodėl?“ ir „kaip?“, tyrinėti aplinką, ieškoti ryšių tarp objektų ir reiškinių. Mokytojo vaidmuo – sudaryti sąlygas tokioms situacijoms atsirasti, užduoti atvirus klausimus, padėti vaikams išsakyti savo mintis ir pagrįsti pasirinkimus.

MĄSTYMO UGDYMAS TAIKANT SPRENDIMŲ PAIEŠKOS UGDYMO(SI) BŪDUS

- Procedūrinis mąstymas lavėja atliekant veiksmus struktūruotai – sekant žingsnius, planuojant eiliškumą, tikrinant veiksmų teisingumą. Pavyzdžiui, skaičiuojant pinigų žaidime ar žingsnius labirinte.
- Sąvokinis mąstymas stiprėja, kai abstrakčios sąvokos tampa vaikui suprantamos per praktinę veiklą. Tokie žodžiai kaip „lygiai“, „po tiek pat“, „trūksta“, „grąža“, „skirtumas“ įgauna prasmę tik tuomet, kai vaikai jas patiria realiose situacijose, o ne tik girdi. Šios sąvokos geriausiai įtvirtinamos, kai vaikai patys ieško būdų spręsti problemas, eksperimentuoja, lygina, svarsto. Tokia veikla padeda jiems ne tik įsiminti sąvokas, bet ir taikyti jas įvairiuose kontekstuose.
- Konceptualusis (strateginis) mąstymas atsiskleidžia, kai vaikai pradeda vertinti alternatyvas, prognozuoti pasekmes, pasirinkti tinkamiausius sprendimus. Jie kelia klausimus: „Kas bus, jei...?“, „Kodėl pasirinktas kelias trumpesnis?“, „Kaip padalinti, kad visiems būtų teisinga?“. Taip ugdomas ne tik matematinių situacijų supratimas, bet ir mąstymo lankstumas, gebėjimas priimti pagrįstus sprendimus.

Sprendimo paieškos ugdymo(si) būdų taikymas

Vaikams iki 3 metų: vaikai, bandydami atidaryti dėžutę ar pasiekti žaislą, bando kelis veiksmus iš eilės – lavina procedūrinį mąstymą. Pastebėję, kad mažesnis daiktas telpa į didesnį, ima suvokti objektų savybes – ugdomas sąvokinis mąstymas.

Vaikams nuo 3 iki 6 metų: sprenddami praktines problemas (kaip pasidalinti 6 obuolius 3 vaikams; kaip padaryti, kad bokštas nenuvirstų), vaikai renkasi veikimo būdus (procedūrinis mąstymas), remiasi sąvokomis („po vieną“, „lygiai“, „platus“, „sunkus“, „aukštas“). Svarsto įvairius būdus, pasirenka tinkamiausią: „jei dalinu po du – visiems po lygiai“ – t. y. mąsto konceptualiai.

Sprendimų paieškos ugdymo(si) būdai leidžia matematikai atsiskleisti kaip prasmingai veiklai, kuri padeda spręsti problemas, praverčia gyvenime. Jie ugdo matematinius, kritinio mąstymo ir socialinius įgūdžius vienu metu – vaikai ne tik skaičiuoja, bet ir mokosi bendradarbiauti, pagrįsti savo nuomonę, ieškoti sąžiningų ir logiškų sprendimų.

3.6. KAIP VAIKAS IMA SUPRASTI, KAIP MOKOSI MATEMATIKOS? (REFLEKTAVIMO BŪDAI)

Refleksija – tai ne tik mąstymas apie matematiką, bet ir mąstymas apie mąstymą. Ji padeda vaikui suprasti, kaip jis veikia, kokius veikimo būdus pasirenka, kas jam padeda ar trukdo. Tai esminė sąmoningo augimo dalis, skatinanti pažinti savo stipriąsias puses, atpažinti sunkumus ir ieškoti būdų jiems įveikti. Refleksijos metu matematika atsiskleidžia ne tik kaip veikla, bet kaip asmeninis pažinimo procesas, kuriame vaikas tampa ne tik tyrinėtoju, bet ir sąmoningai stebi savo patirtį. Tai ugdo atsakomybę, savarankiškumą ir gilų supratimą.



Vaikams iki 3 metų refleksija dažnai vyksta per veiksmus, emocijas ir žaidimą – jie išreiškia savo mintis veiksmais, mimika ar paprastais sakiniais, o mokytojas padeda juos pastebėti ir įvardyti. 3-6 metų vaikai jau gali reflektuoti žodžiu, dalintis savo mintimis, analizuoti sprendimus ir apmąstyti, kaip galėtų veikti kitaip (žr. 12 lentelę).

12 lentelė. Reflektavimo ugdymo(si) būdų taikymo pavyzdžiai

Būdas	Kaip pasireiškia?	Pavyzdys
Reflektavimo ratas	Vaikai kartu aptaria patirtas matematikos veiklas, dalinasi įžvalgomis ir jausmais.	Reflektavimo rato metu vaikai kalba apie tai, kas buvo lengva ar sunku, ką naujo sužinojo.
Kūrybinė patirties išraiška	Vaikai piešia arba kitaip vaizduoja savo matematinę patirtį ir atradimus.	Piešinys apie skaičiavimą, matavimą ar geometrinių figūrų tyrinėjimą.
Savistabos kortelės	Vaikai žodžiu arba simboliais įvardija savo veiklos sėkmes ir iššūkius.	„Sėkmės ir iššūkių“ kortelės, kuriose vaikai pažymi, kas pavyko skaičiuojant ar matuojant.
Diskusijos ir argumentavimas	Vaikai aiškina savo sprendimus, lygina skirtingus problemų sprendimo būdus.	Pokalbis apie įvairius sprendimus žaidžiant „skaičių labirintą“.

MĄSTYMO UGDYMAS TAIKANT REFLEKTAVIMO UGDYMO(SI) BŪDUS

- Procedūrinis mąstymas ugdomas, kai vaikai vertina savo veiksmų seką: „*kaip skaičiavo, ką darė pirmiausia, kas padėjo*“.
- Sąvokinis mąstymas stiprėja tada, kai vaikai aiškina ir įvardija sąvokas, pasakoja, ką jos reiškia jų konkrečioje veikloje: „*daugiau*“, „*mažiau*“, „*ilgesnis*“, „*aukštesnis*“.

- Konceptualusis mąstymas vystosi, kai vaikas pradeda suprasti bendresnius principus – „*kodėl atsirado klaida, kaip kitą kartą jos išvengti, kas bendro tarp skirtingų matavimo būdų*“.

Reflektavimo ugdymo(si) būdų taikymas

Vaikams iki 3 metų: kartodami veiksmus, kurie suteikia pasitenkinimą, vaikai įsisavina jų seką (procedūrinis mąstymas), pradeda atpažinti skirtumus tarp veiklos rezultatų – „*šitas didesnis nei anas*“ (sąvokinis mąstymas).

Vaikams nuo 3 iki 6 metų: vaikai aptaria, ką padarė: „*Sudėjau visas kaladėles nuo mažiausios iki didžiausios*“, – tai lavina procedūrinį mąstymą. Reflektuodami, kada buvo „*tie pat*“, o kada „*daugiau*“ ar „*mažiau*“, gilina sąvokinį mąstymą. Analizuoja, kodėl vienas sprendimo būdas veikia, o kitas – ne („*kai dėjau be eilės, bokštas griuvo*“), – tai konceptualiojo mąstymo raiška.

Reflektavimo ugdymo(si) būdai skatina mąstyti ne tik apie tai, ką atrandame, bet ir kaip tai darome. Tai ugdymo kryptis, padedanti vaikui tapti sąmoningai besimokančiu – tokiu, kuris geba analizuoti, vertinti ir tobulėti. Refleksija skatina mokymąsi visą gyvenimą, o matematika tampa ne tik pažinimo, bet ir savęs supratimo bei augimo priemone.

3.7. KAIP KŪRYBINĖS IR MENINĖS VEIKLOS ATVERIA ERDVĘ MATEMATINIO MĄSTYMO UGDYMUISI? (KŪRYBINIAI BŪDAI)

Kūryba vaikui – tai būdas mąstyti per veiksmą, žaidimą, vaizduotę. O matematika – ne tik skaičiai ar formulės, bet ir tam tikra mąstymo tvarka, struktūra, ritmas, kurie natūraliai jungiasi su kitomis meno sritimis: muzika, dailė, teatru, judesiu.

Skaiciavimas turi ritmą, dailėje atsiskleidžia geometrinės formos, muzikoje – pasikartojančios sekos, o dramoje ir vaidmenų žaidimuose slypi problemų sprendimas ir loginė veiksmų seka. Vaiko kūryba – dainuojant, piešiant, kuriant istorijas ar konstruojant – tampa terpe matematikai pasireikšti natūraliai, be papildomų išorinių paskatų.

Kūrybiniai ugdymo(si) būdai padeda matematikai persikelti į pasakojimus, dainas, žaidimus, vaizdus, judesius – viską, kas vaikui artima ir malonu. Kai matematika susilieja su menine išraiška, ji tampa ne tik suprantamesnė, bet ir patrauklesnė, įtraukianti, asmeniškai reikšminga.

Šie ugdymo(si) būdai leidžia vaikui ne tik įtvirtinti matematikos žinias, bet ir pritaikyti jas naujuose, netikėtuose kontekstuose (žr. 13 lentelę).

13 lentelė. Kūrybinių ugdymo(si) būdų taikymo pavyzdžiai

Būdas	Kaip pasireiškia?	Pavyzdys
Matematinis pasakojimas	Vaikai kuria ar vizualizuoja istoriją su matematikos objektais.	Sukuria pasaką apie figūrų šalį: trikampiai susitiko apskritoje aikštėje.
Muzikiniai žaidimai	Naudojami ritmai, dainos, garsai matematinei sekai ar veiksmams perteikti.	Skanduoja skaičius ritmingai, dainuoja skaičių daineles.
Kūrybinis piešimas	Piešiniais išreiškia kiekius, formas, dėsningumus.	Skaičių „5“ pavaizduoja nupiešdamas penkis debesėlius.
Konstravimas	Kuria erdvines struktūras pagal tam tikrą principą.	Iš kaladėlių sudėlioja simetrišką bokštą arba pasikartojančios sekos modelį.
Vaidybiniai žaidimai	Vaizduoja situacijas, kuriose atsiranda matematiniai sprendimai.	„Parduotuvė“ – skaičiavimas, atsiskaitymas ir gražos davinimas pinigais, prekių kiekio nustatymas.

MĄSTYMO UGDYMAS TAIKANT KŪRYBINIUS UGDYMO(SI) BŪDUS

- Procedūrinis mąstymas ugdomas, kai vaikas kuria ir atlieka veiksmų sekas. Tai gali būti skaičiavimas pagal dainos ritmą, kaladėlių dėliojimas pagal pasirinktą planą, pasakojimo sekimas ar garso ir veiksmo susiejimas.
- Sąvokinis mąstymas stiprėja, kai matematinės sąvokos įgauna kūrybinę formą. Vaikas išreiškia matematinės sąvokas pasitelkdamas vaizdus, judesius ar garsus.
- Konceptualusis mąstymas atsiskleidžia tada, kai vaikas kūrybiškai pradeda kurti dėsningumus, modeliuoja situacijas, pasitelkdamas vaizduotę. Pavyzdžiui: „Kaip pakeisti dainelę, kad skaičiai eitų mažėjimo tvarka?“



Kūrybinių ugdymo(si) būdų taikymas

Vaikams iki 3 metų: spontaniškai piešdami, dėliodami, statydami vaikai atkartoja paprastas veiksmų sekas (procedūrinis mąstymas), eksperimentuoja su spalvomis, dydžiais, formomis (sąvokinis mąstymas).

Vaikams nuo 3 iki 6 metų: vaikai kuria pagal savo sumanymą – konstruoja, piešia, žaidžia simbolinius žaidimus, kuriuose savarankiškai taiko žinomus veikimo modelius (procedūrinis mąstymas), žaidžia su sąvokomis („padarysiu traukinį ilgesnį – daugiau žmonių galės važiuoti“), o jungdami kelias idėjas ar ieškodami naujų sprendimų – ugdo konceptualųjį mąstymą.

Kūrybiniai ugdymo(si) būdai ne tik leidžia vaikui išreikšti save, bet ir paverčia matematiką patyrimu, kuriame dera loginė struktūra ir vaizduotė. Tokia matematika yra dalis kūrybinio pasaulio, kuriame kiekvienas vaikas atranda savitą būdą suprasti, perteikti ir konstruoti prasmę.

3.8. KAIP VAIKAS ATPAŽIŖSTA MATEMATIKĄ ĮVAIRIUOSE KONTEKSTUOSE? (INTEGRALIOS VEIKLOS)

Vaikų pažinimas yra vientisas, besiremiantis pojūčiais, veiksmais, emocijomis ir nuolatinio tyrinėjimu. Dėl to matematika tampa prasminga ir suprantama tik tuomet, kai ji natūraliai įsilieja į kitų sričių ugdomąsias veiklas (žr. 14 lentelę).



Integralios veiklos leidžia vaikui patirti matematiką kaip natūralią pasaulio pažinimo dalį. Per veiklą, kūrybą, pasakojimą ar bendradarbiavimą matematinės sąvokos tampa suprantamos ir reikšmingos – jos įgyja prasmę vaiko kasdienėje patirtyje.

14 lentelė. *Ugdymo(si) sričių kai kurių elementų integravimo pavyzdžiai*

Ugdymo(si) sričių integracija	Kaip pasireiškia?	Pavyzdys
Gamta ir matematika	Vaikai matuoja, rūšiuoja, lygina, skaičiuoja gamtos objektus.	„Gamtos tyrėjai“: lapų, kankorėžių, akmenėlių rūšiavimas pagal dydį, formą, spalvą
Menas ir matematika	Kuriamos sekos, raštai, naudojami ritmai, spalvos, formos.	„Matematinis orkestras“: garsų, spalvų ir judesių sekų kūrimas
Judesys ir matematika	Matematinės sekos atliekamos per judesius, ritmus, koordinaciją.	Skaiciavimas šuoliais, šokio žingsniais, žaidimas „3 plojimai + 2 šuoliukai“
Kalba ir matematika	Vaikai kuria istorijas, kuriose veikia skaičiai, formos, dydžiai.	Pasaka apie „trijų trikampių kelionę“, „penkios žvaigždės danguje“
Skaitmeninės veiklos ir matematika	Naudojami interaktyvūs įrankiai, programėlės, ekraniniai žaidimai.	Planšetėse: loginiai žaidimai su sekų kūrimu, skaitmenų ir vaizdų poravimu

MĄSTYMO UGDYMAS PER INTEGRALIAS VEIKLAS

- Procedūrinis mąstymas lavėja per struktūruotas ugdomasias veiklas, kuriose vaikas atlieka veiksmus nuosekliai – piešia pasikartojančių elementų raštus, rūšiuoja gamtos objektus, seka instrukciją, judesiu atlieka sekas.
- Sąvokinis mąstymas stiprėja, kai matematinės sąvokos – „ilgesnis“, „aukštesnis“, „daugiau“, „po vieną kiekvienam“ – įgauna realią reikšmę per meną, kalbą ar gamtą. Pavyzdžiui, išgirstas žodis „trys“ tampa patirtas per tris garsus, tris žingsnius ar tris lapus.
- Konceptualusis mąstymas vystosi, kai vaikai pradeda suprasti to paties dėsningumo apraiškas įvairiose srityse: kad sekos gali pasikartoti tiek spalvose, tiek garsuose; kad objektų rūšiavimas gamtoje remiasi tais pačiais principais kaip ir figūrų rūšiavimas; kad istorijose veikiantys veikėjai sprendžia tas pačias matematines problemas kaip realybėje.

Integralių veiklų taikymas

Vaikams iki 3 metų: žaidžiant smėlyje ar pilant pupeles į indus ugdomas gebėjimas veikti nuosekliai (procedūrinis mąstymas). Vaikas eksperimentuoja, kiek daiktų tilpo į indą, kur daugiau – formuojasi pradmenys kiekybinių sąvokų („daugiau“, „mažiau“) (sąvokinis mąstymas). Patirdamas, kad didesnis indas talpina daugiau, pradeda suprasti priežastinius ryšius tarp dydžio ir kiekio (konceptualusis mąstymas).

Vaikams nuo 3 iki 6 metų: ugdomos situacijos jungia kelias sritis – vaikai kepa „miltinius sausainius“ žaidybinėje virtuvėlėje: skaičiuoja šaukštus miltų (procedūrinis mąstymas), lygina, kiek ingredientų dedama (sąvokinis mąstymas), diskutuoja, kaip keisis rezultatas, jei padidins kiekį – „jei įdėsiu daugiau miltų, tešla bus sausesnė“ (konceptualusis mąstymas). Integrali veikla skatina mąstyti plačiau – matyti ryšius tarp skaičiavimo, matavimo, priežasties ir pasekmės.



3.9. KAIP VAIKAS KALBA APIE MATEMATIKĄ IR DISKUTUOJA SU KITAIS? (DIALOGINIAI BŪDAI)

Šie ugdymo(si) būdai grindžiami vaikų ir mokytojo arba vaikų tarpusavio bendravimu – klausimų kėlimu, aiškinimu, svarstymu ir diskusija. Matematinis mąstymas čia formuojamas ne tik per atliekamą veiklą, bet ir per pokalbį apie matematiką: „Kas vyksta, kodėl taip atsitiko, ką pastebėjai, ką darytum kitaip?“

Kalba tampa įrankiu mąstymui atskleisti ir gilinti. Verbalizuodamas savo mintis apie skaičiavimą, matavimą ar dėsningumus, vaikas mokosi ne tik perteikti savo supratimą, bet ir jį pertvarkyti, pagrįsti, keisti (žr. 15 lentelę).

15 lentelė. Dialoginių ugdymo(si) būdų taikymo pavyzdžiai

Būdas	Kaip pasireiškia?	Pavyzdys
Matematiniai pokalbiai	Vaikai aiškina savo sprendimus, klausia vieni kitų, diskutuoja.	„Kaip žinotai, kad tai yra daugiau?“ – aptarimas po veiklos.
Hipotezių kėlimas	Vaikai svarsto galimus atsakymus, lygina idėjas.	„Kuris kelias trumpesnis?“ – svarstymas, kol dar nebandyta.
Argumentavimas	Vaikai pagrindžia savo pasirinkimą, klauso kitų nuomonės.	„Aš pasirinkau šitą, nes...“
Klausimų formulavimas	Vaikai patys kuria klausimus apie reiškinius ar užduotis.	„Kas atsitiks, jei...?“
Reflektyvus pokalbis	Veiklos pabaigoje aptariama, ką vaikai pastebėjo, išmoko, suprato.	„Ką naujo sužinojai apie...?“



MĄSTYMO UGDYMAS TAIKANT DIALOGINIUS UGDYMO(SI) BŪDUS

- Procedūrinis mąstymas ugdomas, kai vaikai pasakoja, kaip atliko veiksmus, paaiškina žingsnius, kurių ėmėsi.
- Sąvokinis mąstymas lavėja, kai vaikas kalba matematinėmis sąvokomis, lygina objektus, apibūdina jų savybes.
- Konceptualusis mąstymas vystosi per klausimus ir diskusijas, kai vaikas pradeda kelti prielaidas, ieškoti priežasčių, lyginti skirtingus sprendimo būdus.



Dialoginių ugdymo(si) būdų taikymas

Vaikams iki 3 metų: mokytojas modeliuoja dialogą – kalba apie tai, ką vaikas daro („*Tu dedai vieną kaladėlę, o dabar dar vieną – kiek dabar turi?*“), vartoja matematinės sąvokas. Taip padeda vaikui suvokti veiksmų seką („*pirma – tada*“, „*po vieną*“) – ugdomas procedūrinis mąstymas. Kartodamas žodžius „*didelis*“, „*mažas*“, „*daug*“, vaikas pradeda atpažinti reikšmes – vystosi sąvokinis mąstymas. Suaugusysis padeda vaikui siesti veiksmą su pasekme: „*Pažiūrėk – kai pridėjom vieną, dabar turim daugiau*“ – taip pradeda formuotis konceptualusis mąstymas.

Vaikams nuo 3 iki 6 metų: vaikai aktyviai dalyvauja pokalbiuose, aptaria, ką mato, ką daro, ką galvoja. Dialoguose su mokytoju ir bendraamžiais išsako, kaip sprendė užduotį („*Aš dėjau po du – todėl liko vienas*“). Tai padeda vaikui susivokti savo veiksmų sekoje – procedūrinis mąstymas. Vartoja sąvokas: „*vienodas kiekis*“, „*didesnis skaičius*“, „*trikampis turi 3 kampus*“ – stiprėja sąvokinis mąstymas. Svarsto: „*Jei turėjome 5, o vieną paėmiau, kiek liko? Kodėl?*“ – tai rodo konceptualųjį mąstymą. Dialoguose mokytojas padeda gilinti samprotavimą, kelia išplėstinius klausimus („*O kaip dar galima suskaičiuoti?*“).

Dialoginiai ugdymo(si) būdai veiksmingai ugdo įvairių tipų mąstymą. Vaikas, kuris gali paaiškinti, kodėl skaičiavo taip, o ne kitaip, – ne tik supranta matematiką, bet ir mokosi mąstyti, girdėti, būti girdimas. Tai stiprina matematinį samprotavimą, taip pat kuria bendrystę.

3.10. KAIP SUVOKIAMA SAVO PAŽANGA MATEMATIKOJE? (SAVISTABOS BŪDAI)

Šie ugdymo(si) būdai skatina vaiką sąmoningai stebėti savo pažangos procesą: kaip jam sekasi, ką naujo sužinojo, išmoko, kur reikėtų pasistengti labiau. Tai apima savistabą, refleksiją, įsivertinimą ir mokytojo grįžtamąjį ryšį (žr. 16 lentelę).



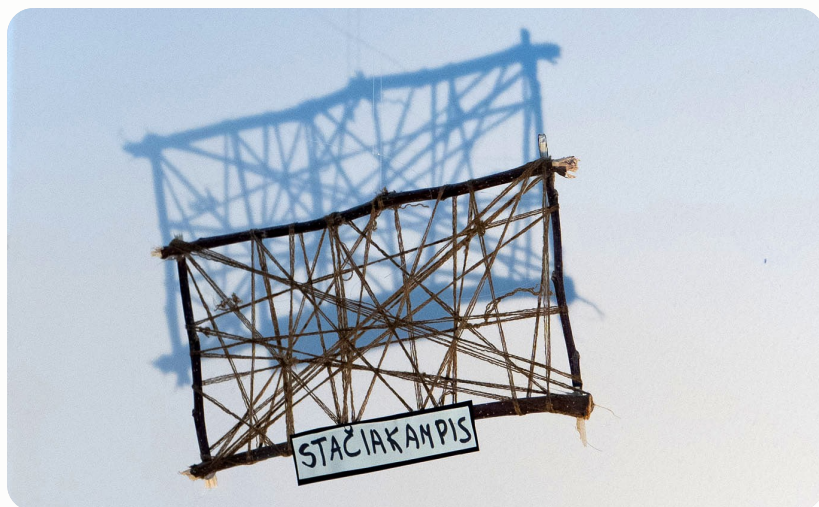
Svarbiausia, kad vaikas aktyviai dalyvautų savo pažangos stebėjimo procese. Tai ugdo atsakomybę už mokymąsi ir stiprina vidinę motyvaciją. Be to, vaikas geriau pažįsta savo stiprias puses bei tobulintinas sritis. Toks procesas skatina kritinį mąstymą ir gebėjimą kelti bei siekti mokymosi tikslų. Taip pat stiprinamas pasitikėjimas savimi, sąmoningai reflektuojant asmeninę pažangą.

16 lentelė. Savistabos ugdymo(si) būdų taikymo pavyzdžiai

Būdas	Kaip pasireiškia?	Pavyzdys
Emocinis savęs įsivertinimas	Vaikai svarsto, kaip jiems sekėsi atlikti užduotį.	„Pasirink žvaigždutę, jei viską supratai; debesėlį – jei dar reikia pagalbos.“
Refleksijos lapas „Augimo lapas“	Vaikai pažymi / pasako, ką šiandien sužinojo, kas buvo įdomu.	Užduoties pabaigoje: „Šiandien aš sužinojau, kad trikampis turi tris kraštines.“
Įsivertinimas padedant mokytoji	Mokytojas padeda vaikui įvardyti savo stiprybes ir augimo galimybes.	„Tu puikiai surūšia- vai figūras pagal spalvą, o dabar pa- bandyk surūšiuoti jas pagal formą.“
Pažangos kampeliai	Vaikai žymi, ką jau geba, kokius naujus dalykus išbandė ar pasiekė.	Vaikas prisega kor- telę „10“ prie sie- nelės: „Aš jau moku suskaičiuoti iki 10.“

MĄSTYMO UGDYMAS TAIKANT SAVISTABOS UGDYMO(SI) BŪDUS

- Procedūrinis mąstymas auga per vaiko refleksiją apie atliekamus veiksmus: „*Šiandien pirmą kartą pats išmatavau daiktą liniuote.*“
- Sąvokinis mąstymas stiprėja, kai vaikas suprantą, kokias sąvokas jau įvaldė, o ką dar reikia patyrimėti: „*Aš žinau, kas yra trikampis, bet noriu sužinoti, kas yra stačiakampis.*“
- Konceptualusis mąstymas lavėja, kai vaikas pradeda svarstyti, kaip jis veikia ir kas jam padeda pasiekti tikslą: „*Kai susimaišau, visada pradėdu skaičiuoti iš naujo – taip man pavyksta.*“



Savistabos ugdymo(si) būdų taikymas

Vaikams iki 3 metų: mokytojas įvardija vaiko veiksmus ir jų pasekmes, padeda pastebėti pasikartojimus, skirtumus ar netikėtus rezultatus. Pavyzdžiui, dėlioiant figūras, sako: „*Dedi geltoną, tada žalią – ir vėl geltoną*“ – vaikas pradeda suprasti seką (procedūrinis mąstymas). Komentuojant objektų vietą: „*Kamuolys po stalu, o lėktuvas virš jo*“, formuojamas erdvinių sąvokų supratimas (sąvokinis mąstymas). Pastebėjus griūvantį bokštą, mokytojas klausia: „*Gal apačioje padėta kaladėlė buvo per maža?*“, taip skatindamas vaiką mąstyti apie priežastis – lavinamas konceptualusis mąstymas.

Vaikams nuo 3 iki 6 metų: vaikai pradeda savarankiškai kalbėti apie tai, ką darė, kas pavyko ar kodėl nepavyko. Pasakodami veiksmų eigą, pavyzdžiui: „*Pirmiausia padėjau dvi mėlynas, po to vieną raudoną*“, jie įsisavina seką ir ją įvardija (procedūrinis mąstymas). Aptardami daiktų padėtį: „*Langas priešais stalą, o kilimas po stalu*“, vartoja tikslias erdvines sąvokas (sąvokinis mąstymas). Spręsdami problemas ar aiškindami dėsningumus: „*Kai keičiasi tik spalva, o forma lieka tokia pati – tai seka*“, parodo gebėjimą suprasti ir taikyti bendresnes taisykles (konceptualusis mąstymas).

Savistabos ugdymo(si) būdai padeda vaikams tapti aktyviais savo pažangos kūrėjais. Šiais būdais skatinama ne tik įgyti naujų patirčių, bet ir suprasti, kaip vaikai jas pasiekia. Tai veda prie gilesnio supratimo, didesnio pasitikėjimo savimi ir gebėjimo toliau tobulėti.

3.11. KAIP SKIRTINGI UGDYMO(SI) BŪDAI PADEDA VAIKUI AUGTI KAIP MĄSTYTOJUI?

Aptarėme dešimt pagrindinių matematinio mąstymo ugdymo(si) būdų. Tačiau jie nėra pavienės, vienas nuo kito atsietos veiklos formos – tai tarpusavyje susijusi sistema, kurios kiekvienas elementas prisideda prie visapusiško vaiko mąstymo formavimo. Visi šie būdai lavina tris mąstymo tipus, tačiau skirtingai – vieni labiau orientuoti į praktinį veikimą, kiti – į kalbinį įvardijimą, kūrybą ar refleksiją.

Procedūrinis mąstymas – tai gebėjimas atlikti nuoseklius veiksmus. Jis ypač gerai ugdomas per patirtines veiklas, žaidimus, sprendimų paieškos situacijas ar vizualizuotus veiksmus (pvz., pagaliukų dėliojimą, sekų modeliavimą).

Sąvokinis mąstymas lavėja tada, kai vaikas turi galimybę įvardyti objektų savybes, juos palyginti, apibūdinti, klasifikuoti – tam ypač tinka vizualiniai ir dialoginiai ugdymo(si) būdai, leidžiantys ne tik „matyti“, bet ir „kalbėti“ apie matematiką.

Konceptualusis mąstymas – giliausias pažinimo lygmuo – kyla iš refleksijos, kūrybos, diskusijos ir hipotezių tikrinimo, kai vaikas geba susieti reiškinius, kelti klausimus, numatyti sprendimų pasekmes.

Skirtingi ugdymo(si) būdai papildo vieni kitus, nes atliepia skirtingas vaikų patirtis.

Pavyzdžiui, kūrybiniai ugdymo(si) būdai padeda gilinti matematinių ryšių suvokimą per meno raišką, pasakojimus, dainas ar konstravimą, nes tokiu būdu vaikams lengva veikti. Kartu stiprinamas emocinis ir estetinės patirties aspektas, kuris prisideda prie sąvokinio ir konceptualiojo mąstymo gilinimo. Reflektavimo ugdymo(si) būdai, grįsti aptarimu, savęs stebėjimu, įsivertinimu, padeda vaikui suprasti savo paties mąstymo procesus. Tai – labai svarbus žingsnis link savivaldaus mąstymo ugdymo.

Vizualieji ugdymo(si) būdai leidžia vaikui pažinti matematinius reiškinius regimuoju būdu, atrasti struktūrą per formas, dydžius, spalvas, sekas. Šie būdai ypač svarbūs tada, kai vaikas dar neturi pakankamai kalbinių įgūdžių, tačiau geba suprasti pasaulį per stebėjimą ir manipuliavimą objektais. Tuo tarpu dialoginiai ugdymo(si) būdai padeda šiuos vaizdinius paversti mintimis – įvardyti, pasidalinti, apginti, interpretuoti, todėl jie svarbūs visose ugdymo situacijose. Vaikas, kuris gali pasakyti „*kodėl taip*“, – iš tiesų jau pradeda mąstyti matematiškai.

Sprendimų paieškos ugdymo(si) būdai susieja kelis kontekstus: čia svarbus tiek praktinis veiksmas, tiek loginis svarstymas, tiek socialinė sąveika. Vaikai patiria, kaip matematika padeda spręsti realias problemas – susitarti, palyginti, išmatuoti ar pasirinkti efektyviausią kelią. O integruotos veiklos dar labiau priartina matematiką prie vaikų gyvenimo: jie ją patiria gamtoje, mene, judesyje, muzikoje ar technologijose. Ši integracija – ne tik žinių perkėlimas, bet ir gilus prasmės kūrimas, kai vaikas supranta, kodėl jam to reikia.

Kiekvienas ugdymo(si) būdas atskirai yra vertingas, tačiau tik derinant juos lanksčiai, kryptingai ir kūrybiškai, galima padėti vaikui ne tik išmokti skaičiuoti, matuoti, bet ir mąstyti matematiškai, tai yra – analizuoti, numatyti, reflektuoti, kurti ir spręsti. Mokytojo uždutis – ne tik parinkti tinkamą ugdymo būdą, bet ir matyti, kur link jis veda vaiko mąstymą, ar tai padeda vaikui tapti aktyviu, sąmoningu, pasitikinčiu matematinio pasaulio tyrinėtoju.

Tai padaryti mokytojui padės keli prieduose pateikti įrankiai.

Gebėjimas atpažinti skirtingus vaikų mąstymo tipus leidžia mokytojui kryptingiau planuoti ugdymo veiklas, tiksliau stebėti vaikų pasiekimų raišką ir nuosekliau reflektuoti ugdymo procesą. Šiam tikslui skirtas 4 priedas.

 **Plačiau: 4 priedas** „Vaikų mąstymo pažangos refleksijos forma“.

Klausimų rinkinys, tinkamas taikyti su vaikais po matematinės veiklos, pateiktas 5 priede.

 **Plačiau: 5 priedas** „Vaikų matematinio mąstymo refleksijos klausimai“.



STABTELĖKIME. KAS ŠIAME SKYRIUJE SVARBIAUSIA?

Matematinio mąstymo ugdymo(si) būdų įvairovė leidžia lanksčiai ir efektyviai organizuoti ugdymo(si) procesą, atsižvelgiant į vaikų skirtingas galimybes ir poreikius. Tinkamai parinkti ir derinami ugdymo(si) būdai skatina vaiko aktyvumą, mąstymo vystymąsi ir gebėjimą taikyti matematikos žinias praktiškai. Jų parinkimas turi atitikti vaiko mąstymo raidą. Palaipsniui ugdydami procedūrinį, sąvokinį ir konceptualųjį mąstymą, stipriame vaiko gebėjimą suprasti ir įgyti matematikos žinias vis giliau ir prasmingiau.



4. APLINKOS, KURIOS TYLIAI AUGINA

Kaip aplinka tyliai padeda vaikui patirti matematiką?

ŠIAME SKYRIUJE APTARSIME:

- 4.1. Kaip nuolatinės erdvės padeda vaikui patirti matematiką?
- 4.2. Kaip kintamos erdvės skatina vaiką mąstyti?
- 4.3. Kaip integruojančios erdvės padeda kurti ryšius?
- 4.4. Kaip mokytojas kuria ugdymosi erdves aplinkoje?



4.1. KAIP NUOLATINĖS ERDVĖS PADEDA VAIKUI PATIRTI MATEMATIKĄ?

Matematinio mąstymo ugdymo sėkmę lemia ne tik mokytojo darbas, bet ir aplinka – kaip ji sukurta, kaip bendrauja su vaiku, kiek skatina, palaiko ir įtraukia. Edukacinė erdvė veikia tarsi tylus, bet galingas mokytojas: ji nurodo kryptį, kelia klausimus, žadina smalsumą. Todėl edukacinės erdvės nėra vien fizinės vietos – tai metodiniai įrankiai, papildantys mokytojo veiklą. Panagrinėkime tris erdvių tipus – **nuolatinės, kintamos ir integruojančios**, – kurios drauge sudaro metodinę sistemą ir įtraukia vaiką į matematikos patyrimą.

Nuolatinės matematinio ugdymo erdvės – tai sąmoningai sukurtos ir kasdien vaikams prieinamos aplinkos, kuriose sudaromos sąlygos nuolatiniam, savarankiškam matematikos patyrimui. Tai vaikams gerai pažįstamos, saugios erdvės, į kurias jie gali laisvai sugrįžti, tęsti pradėtas veiklas, kartoti patirtis, lyginti rezultatus, pastebėti pokyčius bei savo asmeninę pažangą. Tokiose erdvėse vaikas mokosi be skubos, ramiai tyrinėdamas, bandydamas ir ieškodamas sprendimų, o ugdymasis tampa natūralia kasdienės veiklos dalimi.

Nuolatinėse matematinio ugdymo erdvėse dažniausiai taikomi keturi tarpusavyje susiję mokymosi būdai, kurių kiekvienas atlieka skirtingą, tačiau vienas kitą papildančią funkciją vaiko matematinio mąstymo ugdyme (žr. 17 lentelę).

NUOLATINĖS ERDVĖS PASKIRTIS – MATEMATINIO PAGRINDO FORMAVIMAS

17 lentelė. Ugdymo(si) būdai nuolatinėse matematinio ugdymo erdvėse

Būdas	Pagrindinė funkcija	Ką vaikas čia išmoksta	Erdvės pavyzdys
Patirtiniai	Kuria pradinį matematinį suvokimą per veiksmą ir pojūčius.	Skaičiuoti, rūšiuoti, lyginti, manipuluoti kiekiais.	<i>Pojūčių oazė, Matavimų lentyna</i>
Vizualieji	Padedą „pamatyti“ matematikos tvarką ir ryšius.	Atpažinti sekas, dydžius, formas, skaičiaus ir kiekio ryšį.	<i>Vaizdų siena, Figūrų ir linijų stotelė</i>
Dialoginiai	Skatina įvardyti veiksmus ir mąstymą.	Paaiškinti, „ką darau“ ir „kodėl taip“.	<i>Klausimų dėžutė, Bendro sprendimo stalas</i>
Reflektavimo	Padedą suvokti savo pažangą ir pasikartojimą.	Pastebėti pokyčius, grįžti prie patirties.	<i>Pažangos stotelė</i>

Patirtiniai būdai sudaro pagrindą konkrečiam, pojūčiais grįstam suvokimui, vizualieji padeda struktūruoti ir „pamatyti“ matematinius ryšius, dialoginiai skatina mąstymo verbalizavimą ir argumentavimą, o reflektavimo ir savistabos būdai leidžia vaikui įsisąmoninti savo mokymosi procesą ir pažangą.

POJŪČIŲ OAZĖ

Tai erdvė, skirta vaikų matematiniam suvokimui formuoti per tiesioginę patirtį ir pojūčius. Šioje erdvėje matematika patiriama per lietimą, judesį, manipuliavimą ir eksperimentavimą su įvairiomis medžiagomis. Laisvai pasiekiamos priemonės – kaladėlės, akmenukai, kaštonai, birios medžiagos, indeliai – sudaro sąlygas vaikams savarankiškai skaičiuoti, rūšiuoti, lyginti, grupuoti.

Kuriant šią erdvę svarbu užtikrinti, kad medžiagos būtų atviros paskirties ir lengvai pasiekiamos vaikui. Aplinka turi skatinti ramų, savarankišką tyrinėjimą, leisti vaikui kartoti veiksmus ir grįžti prie patirties skirtingu metu. Pojūčių oazė sudaro pagrindą procedūriniam ir sąvokiniam matematikos suvokimui, leidžiant vaikui „išjausti“ matematiką per veiklą.



MATAVIMŲ LENTYNA

Struktūruota, bet lanksti erdvė, skirta kiekių, dydžių, talpos, masės ir skaičiaus suvokimui ugdyti. Šioje erdvėje vaikai tyrinėja santykius „daug–mažai“, „sunkus–lengvas“, „telpa–netelpa“, naudodami įvairius matavimo įrankius: svarstyklės, indus, matavimo juostas, semtuvėlius.

Svarbi šios erdvės kūrimo sąlyga – galimybė vaikui pačiam pasirinkti matavimo būdą ir priemonę. Čia nėra vieno teisingo sprendimo, o procesas yra svarbesnis už rezultatą. Matavimų ir kiekių skrynia padeda vaikams susieti matematines sąvokas su konkrečia patirtimi.



VAIZDŲ SIENA

Vizualinė nuolatinė erdvė, padedanti vaikams struktūruoti matematinę informaciją ir suvokti skaičių seką, skaičių ryšius. Joje pateikiami skaičių eilė vaikų akių lygyje, skaičių kortelės su atitinkamu daiktų kiekiu, sekų pavyzdžiai, spalviniai žymėjimai, padedantys atpažinti pasikartojimus ir dėsningumus. Kuriant šią erdvę svarbu laikytis aiškumo ir nuoseklumo principo: vizualinė medžiaga turi būti neperkrauta, logiškai išdėstyta ir reguliariai atnaujinama. Vaikai turi galimybę patys keisti, papildyti ar perstatyti sekas, taip aktyviai dalyvaudami mokymosi procese.



FIGŪRŲ IR LINIJŲ STOTELĖ

Erdvė, skirta geometrinių figūrų, erdvinio mąstymo ir orientacijos ugdymui. Joje naudojami įvairių tipų geometrinių figūrų rinkiniai (mediniai, minkšti, magnetiniai), formų rūšiavimo dėžės, konstruktoriai, veidrodžiai, „Surask formą aplinkoje“ kortelės. Šioje erdvėje vaikai tyrinėja formas per konstravimą, lyginimą, sudėjimą ir atpažinimą aplinkoje. Kuriant erdvę svarbu užtikrinti formų įvairovę, galimybę laisvai kombinuoti priemones ir reflektuoti patirtį. Formų stotelė ugdo vaikų gebėjimą suvokti erdvinius santykius ir taikyti geometrines sąvokas kasdienėse situacijose.



KLAUSIMŲ DĖŽUTĖ

Erdvė, skirta vaiko matematinio mąstymo verbalizavimui. Joje pateikiamos atviros klausimų kortelės, tokios kaip „Kaip sužinojai?“, „Kodėl taip manai?“, „Kas būtų, jei...?“, kurios skatina vaiką apmąstyti ir nusakyti savo sprendimo eigą. Kuriant šią erdvę svarbu sukurti saugią, palaikančią atmosferą, kurioje vaikas nebijo klysti ir gali laisvai reikšti mintis. Klausimų dėžutė stiprina gebėjimą reflektuoti mąstymą, klausytis kitų ir argumentuoti savo sprendimus.



BENDRO SPRENDIMO STALAS

Erdvė, skirta bendradarbiavimui ir matematinių problemų sprendimui porose, mažose grupelėse. Prie stalo vaikai kartu planuoja, tariaisi, lygina sprendimus ir ieško bendro rezultato. Svarbu numatyti veiklas, kurioms natūraliai reikėtų susitarimo ir bendro sprendimo, pavyzdžiui, konstravimo ar skaičiavimo užduotis. Bendro sprendimo stalas ugdo ne tik matematinius gebėjimus, bet ir socialinius įgūdžius – klausymąsi, argumentavimą, atsakomybės pasidalinimą.



PAŽANGOS STOTELĖ

Tai refleksijai ir savistabai skirta erdvė, kurioje vaikas mokosi sąmoningai stebėti savo mokymosi procesą. Čia kaupiami kartu su mokytoju užfiksuoti patirties įrodymai – nuotraukos, piešiniai, pirmieji bandymai, vaiko pasakojimai ar komentarai. Ši medžiaga padeda matyti mokymosi kelią ir jo pokyčius.

Erdvėje naudojamos lyginamosios lentelės „Anksčiau – dabar“, vaikų sukurti sprendimų pavyzdžiai, individualūs pažangos ženklai. Vaikas skatinamas pastebėti, ką jau geba atlikti savarankiškai, kas tapo lengviau, kokius iššūkius pavyko įveikti.

Svarbiausias akcentas – procesas, o ne galutinis rezultatas. Klaidos čia suvokiamos kaip natūrali augimo dalis, o pastangos – kaip vertė. Mokytojas padeda vaikui įvardyti savo patirtis, kelti tolesnius tikslus ir suprasti mokymąsi kaip nuoseklų, tęstinį vyksmą.

„Pažangos stotelė“ stiprina vaiko pasitikėjimą savimi, atsakomybę už savo veiklą ir padeda tapti aktyviu, sąmoningu mokymosi dalyviu.



4.2. KAIP KINTAMOS ERDVĖS SKATINA VAIKĄ MĄSTYTI?

Kintamos matematinio ugdymo erdvės kuriamos atsižvelgiant į vaikų interesus, sezoniskumą, aktualijas ir grupėje kylančius klausimus. Jos skatina vaikų susidomėjimą, smalsumą ir gilesnį tyrinėjimą, nes matematika čia pateikiama kaip regima, veikiama ir prasmingame kontekste patiriama veikla. Šiose erdvėse palaikomos vaikų iniciatyvos, skatinamas aktyvus problemų sprendimas, eksperimentavimas ir ryšių atradimas.

Jeigu nuolatinės erdvės labiau palankios procedūrinio ir sąvokinio mąstymo formavimuisi, tai kintamos erdvės kryptingai ugdo konceptualųjį matematinį mąstymą. Jose vaikai mokosi kelti klausimus, formuluoti hipotezes, tyrinėti, ieškoti įvairių sprendimo būdų ir atrasti naujus matematinius ryšius (žr. 18 lentelę).

KINTAMOS ERDVĖS PASKIRTIS – KONCEPTUALAUS MĄSTYMO GILINIMAS IR TYRINĖJIMAS

18 lentelė. Ugdymo(si) būdai kintamose matematinio ugdymo erdvėse

Būdas	Pagrindinė funkcija	Ką vaikas čia patiria	Erdvės pavyzdys
Grįsti tyrinėjimu	Skatina kelti klausimus ir ieškoti dėsningumų.	Bandymą, hipotezes, atradimus.	<i>Atradimų vieta, Laiko tėkmės stotelė</i>
Sprendimų paieškos	Ugdo gebėjimą spręsti neapibrėžtas situacijas.	Strategijų kūrimą, sprendimų lyginimą.	<i>Iššūkių kampelis</i>
Kūrybiniai	Leidžia matematiką interpretuoti ir kurti.	Simbolizavimą, struktūrų kūrimą.	<i>Matematinės kūrybos salos, Matematinio idėjų stotelės</i>
Žaidybiniai	Įtvirtina sąvokas per taisykles ir strategijas.	Galimybę numatyti, planuoti, prognozuoti.	<i>Žaidimų laboratorija, Teminiai centrai</i>

ATRADIMŲ VIETA

Erdvė, skirta vaikų smalsumui ir tyrinėjimui skatinti. Šioje erdvėje vaikai laisvai eksperimentuoja su skaičiais, formomis, kiekiu, matavimais ar geometriniais santykiais. Kuriant šią erdvę svarbu: sudaryti galimybes vaikui pačiam kelti klausimus („Ką galime išbandyti?“), pateikti įvairių medžiagų tam pačiam klausimui spręsti, vengti vieno teisingo atsakymo; akcentuoti procesą ir atradimą. Ši erdvė skatina konceptualųjį mąstymą, leidžia vaikui ieškoti dėsningumų, eksperimentuoti.



LAIKO TĖKMĖS STOTELĖ

Tai sezoninė teminė erdvė, skirta matematinėms sąvokoms tyrinėti ir laikui suvokti per patyrimą. Čia vaikai stebi, matuoja, lygina ir fiksuoja aplinkos pokyčius, susiedami juos su dienos ritmu, metų laikų kaita ir laikrodžio pažinimu. Rudenį jie skaičiuoja lapus, matuoja šakeles, stebi trumpėjančias dienas ir žymi veiklų laiką laikrodyje. Žiemą tiria sniego tūrius, poruoja pirštines, analizuoja šviesos ir tamsos trukmę, mokosi pažinti valandas. Pavasarį matuoja daigų augimą, seka pokyčių trukmę, o vasarą stebi šešėlių ilgį.



IŠŠŪKIŲ KAMPELIS

Tai erdvė, orientuota į problemų sprendimą ir kūrybišką strategijų kūrimą. Čia pateikiamos atviros situacijos, kuriose reikia rasti įvairius sprendimus: „Kaip padalinti vienodai?“ (obuoliai, kaladėlės), „Kaip pastatyti aukščiausią bokštą?“, „Kiek trūksta iki...?“, sudėtingesni konstrukciniai ar kiekybiniai iššūkiai. Kuriant kampelį svarbu, kad vaikai galėtų išbandyti kelis sprendimo būdus, aptarti juos ir palyginti rezultatus. Tai ugdo kūrybišką mąstymą ir gebėjimą taikyti matematikos žinias naujose situacijose.



MATEMATINĖS KŪRYBOS SALOS

Tai erdvė, kurioje matematika atsiskleidžia per kūrybinę raišką: piešimą, koliažą, garsą, simbolius ar pasikartojančių formų ir raštų kūrimą. Čia vaikai kviečiami tyrinėti, eksperimentuoti ir kurti savitus modelius, spalvų bei formų derinius, atrasti dėsningumus ir ritmus. Veiklos grindžiamos atviromis, universalios pritaikymo medžiagomis, skatinančiomis savarankiškumą ir vaizduotę. Šioje aplinkoje nėra vieno teisingo sprendimo – svarbiausia procesas, mąstymo kelias ir individuali interpretacija. Mokymasis tampa patirtinis, įtraukiantis ir prasmingas, ugdamas kūrybiškumą, kritinį mąstymą ir gebėjimą matematiką suvokti kaip gyvą, dinamišką ir kūrybai atvirą sritį.



MATEMATINIŲ IDĖJŲ STOTELĖS

Ramios, susikaupimą skatinančios erdvės, kuriose vaikas gali žaisti, piešti, kurti ir mąstyti savo tempu. Būtent tokioje aplinkoje natūraliai gimsta naujos matematinės idėjos, formų ir skaičių atradimai, netikėti sprendimai ir saviti dėsningumų pastebėjimai. Čia vertinamas tyrinėjimo procesas, smalsumas ir savarankiškas ieškojimas. Vaikų originalūs, netikėti radiniai ir kūrybiniai sprendimai fiksuojami nuotraukose, taip įprasminant jų mąstymo kelią ir sudarant galimybę reflektuoti bei dalintis atradimais su kitais.



ŽAIDIMŲ LABORATORIJA

Tai žaidybinė erdvė, kur matematika įtraukiama per stalo žaidimus, kauliukus, korteles ar kitus žaidybinius elementus. Vaikai mokosi skaičiuoti, planuoti veiksmus, numatyti rezultatus ir lyginti strategijas. Kuriant šią erdvę svarbu: žaidimai turi turėti aiškias taisykles, bet leisti vaikui pasirinkti sprendimo būdą; užduotys turi būti adaptuojamos pagal vaikų gebėjimus; skatinti bendradarbiavimą, diskusijas ir strategijų lyginimą. Erdvė ugdo analitinį, logišką mąstymą žaidimo kontekste, leidžia vaikui patirti matematiką kaip prasmingą ir smagų procesą.



TEMINIAI CENTRAI

Tai lanksčiai organizuojamos erdvės, kurių turinys ir priemonės keičiami atsižvelgiant į ugdymo temą, vaikų interesus ar vykdomas veiklas. Jose gali būti kuriamos įvairios žaidimų ir mokymosi erdvės, pavyzdžiui, virtuvė, statybų aikštelė, parduotuvė, kelionių agentūra ar ligoninė. Tokia aplinka skatina vaikus tyrinėti, bendradarbiauti ir mokytis per žaidimą.





Šiose erdvėse matematiniai gebėjimai ugdomi natūraliai, integruojant juos į kasdienę veiklą. Vaikai žaisdami skaičiuoja, matuoja, rūšiuoja, lygina, atpažįsta formas ir sprendžia paprastas praktines užduotis. Taip matematinės žinios įgyjamos prasmingai, per aktyvią patirtį ir realias žaidybines situacijas.



4.3. KAIP INTEGRUOJANČIOS ERDVĖS PADEDA KURTI RYŠIUS?

Integruojančios matematinio ugdymo erdvės jungia įvairias vaikų patirtis ir sudaro galimybes matematiką patirti visapusiškai. Tokiose erdvėse matematika natūraliai naudojama žaidžiant, kuriant, judant ir bendraujant. Čia susilieja vidaus ir lauko ugdomosios veiklos, skirtingos ugdymo sritys, o matematika tampa regimu, vaikui prasmingu ir kasdienėje veikloje taikomu reiškiniu (žr. 19 lentelę).

Integruojančios erdvės jungia įvairias vaikų patirtis: vidaus ir lauko ugdomasias veiklas, skirtingas ugdymo sritis, kuriose matematika susilieja su kūryba, judesiu, žaidimu – tampa daugialype. Integruojančiose erdvėse vienu metu ugdomi visi trys matematinio mąstymo tipai – procedūrinis, sąvokinis ir konceptualusis. Vaikas ne tik atlieka veiksmus ar įvardija sąvokas, bet ir supranta jų prasmę, ryšius ir taikymą skirtinguose kontekstuose.

PASKIRTIS – MATEMATIKOS PRASMINIS TAIKYMAS GYVENIMAIŠKAME KONTEKSTE

19 lentelė. Ugdymo(si) būdai integruojančiose matematinio ugdymo erdvėse

Integracijos kryptis	Pagrindinė funkcija	Ką vaikas supranta	Erdvės pavyzdys
Kontekstinė (vidus–laukas)	Perkelia matematinį mąstymą į realias situacijas.	Kad matematika veikia visur.	<i>Matematika viduje ir lauke, Projektinė veikla</i>
Kūniškoji (per judesį)	Susieja matematiką su kūno patirtimi.	Atstumą, seką, ritmą per veiksmą.	<i>Judesio takai</i>
Meninė–simbolinė	Leidžia matematiką išreikšti kūrybiškai.	Modeliavimą, struktūrą, pasikartojimą.	<i>Ritmikos stotelė</i>
Socialinė–dialoginė	Skatina mąstymą per kalbėjimą, idėjų mainus, bendrą pažinimą.	Kaip derėtis, skaičiuoti, planuoti kartu.	<i>Vaidybos erdvė, Matematinė kavinė</i>
Refleksinė	Padedą apmąstyti patirtis ir jų prasmę.	Kaip įsivertinti, apibendrinti, planuoti toliau.	<i>Refleksijos laikas</i>

MATEMATIKA VIDUJE IR LAUKE

Išimokyklinio amžiaus vaikų matematinis mąstymas ugdomas nuosekliai ir kryptingai – svarbu užtikrinti veiklų tęstinumą tiek grupėje, tiek lauke. Tai, ką vaikai pradeda tyrinėti viduje (skaičiavimą, rūšiavimą, matavimą, formų pažinimą), gali natūraliai pratęsti lauko aplinkoje. Pavyzdžiui, grupėje mokėsi lyginti dydžius, lauke vaikai gali matuoti pagaliukus ar stebėti, kuris medis aukštesnis. Skaičiavimo žaidimai gali tęstis skaičiuojant žingsnius, akmenukus ar gėlių žiedus. Toks nuoseklus patirčių siejimas stiprina supratimą, kad matematika nėra atskira veikla – ji yra kasdienio pasaulio dalis. Tęstinumas padeda vaikams gilinti žinias, taikyti jas įvairiose situacijose ir patirti mokymosi sėkmę.



KONTEKSTINĖ VEIKLA

Kontekstinė veikla darželyje leidžia natūraliai atskleisti matematiką kasdienėse temose. Pavyzdžiui, pasirinkus temą „Miesto langai“ vaikai skaičiuoja langus pastatuose, lygina jų dydžius, tyrinėja formas, kuria pastatų maketus. Taip ugdomi skaičiavimo, matavimo, erdvinio suvokimo gebėjimai, o matematika tampa prasminga kūrybinės veiklos dalimi.



JUDESIO TAKAI

Judėjimo erdvėse matematinės sąvokos patiriamos per kūną. Skaičių takeliai, šuoliai pagal skaičių, figūrų ieškojimas judant, atstumų matavimas žingsniais ar šuoliais padeda vaikams suvokti skaičių seką, atstumą, dydį ir formą per tiesioginę patirtį. Judesys čia tampa priemone matematiniam mąstymui stiprinti.



RITMIKOS STOTELĖ

Kūrybinė erdvė, kurioje vaikai kuria garsų, šviesos ir judesio ritmus. Per muzikos pasikartojimą mokomasi skaičių, sekų ir kitų matematikos principų. Vaikai muša perkusinius instrumentus, ploja ar trypia, atkurdami pasikartojančias sekas (pvz., būgnelis – barškutis – plojimas). Sekų fiksavimas lentelėje ar kortelėse padeda vizualizuoti ir geriau suvokti matematinę struktūrą, skatina loginį mąstymą.



VAIDYBOS ERDVĖ

Tai kūrybinė ir dialoginė aplinka, kurioje matematika natūraliai įsiliesia į vaidybą ir pasakojimą. Geometrinės figūros tampa veikėjais, skaičiai – istorijų dalimi, o matematinių klausimų sprendimai ieškomi kuriant gyvą, vaikų inicijuotą siužetą. Vaidmenų žaidimai skatina bendradarbiavimą, kalbinę raišką ir gebėjimą argumentuoti. Per pasakojimą, improvizaciją ir situacijų modeliavimą vaikai gilina matematinių sąvokų supratimą, mokosi taikyti jas įvairiuose kontekstuose ir atranda matematiką kaip prasmingą ir kūrybišką pažinimo būdą.



MATEMATINĖ KAVINĖ

Dialoginė, bendravimą ir refleksiją skatinanti erdvė, kurioje vaikai kviečiami dalintis savo patirtimis, sprendimo būdais ir pastebėjimais. Čia svarbus ne tik rezultatas, bet ir mąstymo procesas – kaip buvo ieškoma atsakymo, kokie iššūkiai kilo, kokie atradimai nustebino. Tokios struktūruotos ar spontaniškos diskusijos ugdo sąmoningumą, gebėjimą argumentuoti, klausytis kitų ir gerbti skirtingas nuomones. Refleksija padeda vaikams giliau suvokti matematikos veiklas, jų prasmę ir ryšį su kasdiene patirtimi.



REFLEKSIJOS LAIKAS

Šioje erdvėje vaikai kviečiami sustoti ir apmąstyti savo patirtis: ką sužinojo, ką išbandė, kas pavyko, o kas kėlė keblumų. Refleksija padeda geriau suvokti individualų mokymosi procesą, pastebėti asmeninę pažangą ir kelti naujus, prasmingus tikslus. Įvardydami savo patirtį, vaikai mokosi atpažinti taikytas strategijas, suprasti padarytas klaidas ir numatyti tolesnius žingsnius. Toks sąmoningas patirties apmąstymas stiprina matematinę mąstymą, ugdo gebėjimą argumentuoti ir skatina atsakomybę už savo mokymąsi.



4.4. KAIP MOKYTOJAS KURIA UGDYMO SI ERDVES APLINKOJE?

ERDVĖ KAIP UGDYMO PARTNERIS

Matematinio tyrinėjimo aplinkoje (pvz., lentynoje, stalo erdvėje, kilimėlyje ar konkrečiame kampelyje) galima stiprinti procedūrinį mąstymą per nuoseklius veiksmų žingsnius. Tačiau kartu vaikui paliekama galimybė improvizuoti: pridėti savo figūrėlę, pakeisti veiksmų seką ar pasiūlyti naują sprendimo būdą.

ESTETIKA PADEDA VAIKUI MĄSTYTI

Tvarkinga, aiški ir estetiška aplinka padeda vaikui orientuotis, susikaupti ir tyrinėti. Tokia aplinka tampa tarsi „skaitoma“ – vaikui lengvai suprantama ir kviečianti veikti. Estetiškai pateiktos kortelės, figūros ar sumaniai išdėstyti daiktai veikia kaip pažintiniai ir emociniai inkarai: jie padeda vaikui susieti informaciją, jaustis saugiai ir įgyti pasitikėjimą savimi. Pavyzdžiui, spalvotos etiketės ar simetriškai išdėliotos priemonės padeda suvokti ne tik daiktų paskirtį, bet ir jų tarpusavio ryšius.

REFLEKSIJA SKATINA STABTELĖTI IR ĮSIGILINTI

Vaikui reikalinga erdvė ne tik veikti, bet ir reflektuoti. Kuriamos sąlygos, kuriose jis gali pabūti, išreikšti mintis ar užduoti klausimus. Pavyzdžiui, tai gali būti „Minčių siena“, kurioje vaikai gali užrašyti arba nupiešti tai, ką atrado, o mokytojas šalia – padeda pažvelgti giliau į patirtį, skatina kelti naujus klausimus ar įžvelgti ryšius. Tokiose erdvėse lavėja ne tik supratimas, bet ir sąmoningas mąstymas.

Kurdami ugdomąją aplinką, kasdien priimame daugybę sprendimų – kaip ji veikia vaiką, ką kvies daryti, kaip „kalbės“ kartu su mokytoju. Aplinka tampa aktyviu ugdymo partneriu, kai joje ne tik vyksta veikla, bet pati erdvė ją palai-ko, provokuoja, augina.



UŽUOMINOS VIETOJE INSTRUKCIJŲ

Priemonės naudojamos kaip tylus kvietimas vaikui atrasti savo kelią. Kartais vietoj aiškių nurodymų paliekamos netiesioginės paskatos – padėtas modelis, keletas netikėtų daiktų ar nebaigta seka. Tai pažadina vaikų smalsumą, o mokytojas lieka šalia – pasiruošęs pastebėti, kaip pagilinti patirtį ar užduoti klausimą, kuris išjudins mąstymą. Tokios situacijos ugdo iniciatyvą, kūrybingumą ir savarankišką problemų sprendimą.

ERDVĖ SAVARANKIŠKUMUI

Kuriame pastovią, vaikui aiškos struktūros erdvę, kuri jam suteikia pasitikėjimo ir drąsos tyrinėti. Kai vaikas žino, kur ką rasti, kada grįžti, kokia tvarka veikti – jis jaučiasi aplinkoje „savas“. Pavyzdžiui, aiškiai pažymėtos lentynos su matavimo priemonėmis leidžia vaikui savarankiškai pasirinkti ir planuoti savo veiklą, o mokytojas tik palaiko šį procesą.

AKIMIRKA, KAI GIMSTA PRASMĖ

Pravartu kurti „gyvus“ augimo ir atradimo momentus – kai vaikas natūraliai pradeda grupuoti akmenėlius pagal dydį ar dėlioti simetrišką raštą. Tuomet mokytojas ne stabdo, o prisijungia – pasiūlo naują klausimą, iššūkį ar pastebėjimą. Taip erdvė virsta lanksčiu atsaku į vaiko mąstymą, o mokytojas – tiltu tarp spontaniško žaidimo ir prasmingo veiksmo.

Temų ir refleksinių klausimų sąrašas, skirtas mokytojų profesionaliems pokalbiams apie matematinio mąstymo ugdymą, pateiktas 6 priede.

 **Plačiau: 6 priedas** „Apie ką verta kalbėtis mokytojams?“.



STABTELĖKIME. KAS ŠIAME SKYRIUJE SVARBIAUSIA?

Kai edukacinė aplinka yra sąmoningai sukurta ir jautriai valdoma kaip ugdymo priemonė, matematika tampa natūralia vaiko patirties dalimi. Matematinis mąstymas tampa kasdieniu patyrimu, kuris „atsitinka“ žaidžiant, kalbant, kuriant ar stebint. Vaikui ši aplinka yra aiški kaip struktūra, suteikianti saugumą ir orientaciją, dinamiška kaip nuotykis, skatinanti smalsumą ir atradimus, integrali kaip pasaulis, jungianti skirtingas patirtis ir žinias. Mokytojui tai – subtilus ir veiksmingas įrankis, kuris veikia tyliai, bet giliai.



5. SĄMONINGA MATEMATINIO MĄSTYMO STEBĖSENA

Ką reiškia sąmoninga matematinio mąstymo stebėseną?

ŠIAME SKYRIUJE APTARSIME:

- 5.1. Kodėl verta sutelkti dėmesį į mąstymo procesus?
- 5.2. Kaip vaikų matematinio mąstymo pažanga atsiskleidžia praktikoje?
- 5.3. Kaip interpretuoti stebėsenos duomenis ugdymo tikslais?
- 5.4. Kaip planuoti ugdymą remiantis stebėsenos įžvalgomis?
- 5.5. Kaip sistemingai stebėti ir fiksuoti mąstymo raidą?



5.1. KODĖL VERTA SUTELKTI DĖMESĮ Į MĄSTYMO PROCESUS?

Išimokyklinio amžiaus vaikų matematinis mąstymas – tai nuolatinis pažinimo procesas, kuriame svarbiausia ne galutinis rezultatas, o vaiko mąstymo ypatumai ir raida.

Kiekviena vaiko ugdomoji veikla tampa galimybe stebėti ne tik tai, ką vaikas padarė, bet ir suprasti, kaip jis galvojo, kokias strategijas taikė, kaip aiškino savo veiksmus. Tai padeda priimti pagrįstus sprendimus dėl vaiko gebėjimų gilumo. Juk skirtingai reaguosime nustatę, kad vaiko veikla dažniausiai yra mechaniška, ir kitaip – pastebėję, jog jis pradeda suvokti sąvokas ar net sąmoningai taikyti žinojimą, siejamą su atitinkamu pasiekimų žingsniu.

Vaiko mąstymo raidą suprasime geriau, nuolat stebėdami ir fiksuodami jo veiksmus ir kalbą, priimamų sprendimų paaiškinimus kasdienėse veiklose. Neverta kelti sau tikslo vienu metu stebėti kelis aspektus. Trumpai pasižymėkime tik tokias vaiko veiksenas, kurios mums padeda geriau suprasti vaiko mąstymo raišką. Vaiko pasiekimų aplanke verta palikti tik apibendrintą stebėjimų įrašą.



Pavyzdys

JORIO PAŽANGOS STEBĖSENOS IŠRAŠAS

Vaikas: Joris, 5 m. 3 mėn.

Laikotarpis: balandis

PIRMOJI SITUACIJA: VASARIO 10 D.

Stebėjimo sritis: tūrio samprata

Ugdomoji veikla: kruopų pilstymas ir dalinimas į skirtingus indelius, siekiant išsiaiškinti, kuriuose telpa tiek pat.

Jorio veikseną:

- Skaičiuoja, kiek samtelių kruopų įpylė į kiekvieną indą.
- Pastebi, kuriame inde kruopų mažiau, vartoja žodžius: „per mažai“, „daugiau“.
- Siūlo sprendimą, kaip didesniame inde esančias kruopas po lygiai padalinti į du mažesnius indelius („pilti po tiek pat samtelių į kiekvieną indą“).



Mokytojos įžvalgos:

Joris aktyviai įsitraukė į veiklą, nuosekliai atliko pilstymo ir skaičiavimo veiksmus (procedūrinis mąstymas). Pastebėjęs netolygų kruopų pasiskirstymą, įvardijo problemą ir pasiūlė sprendimo būdą, paremtą lygaus dalinimo principu (sąvokinis mąstymas). Jis suprato ryšį tarp samtelių skaičiaus ir kruopų kiekio induose, gebėjo planuoti veiksmus bei paaiškinti savo pasirinkimą (konceptualusis mąstymas).

Pavyzdys

JORIO PAŽANGOS STEBĖSENOS IŠRAŠAS

Vaikas: Joris, 5 m. 3 mėn.

Laikotarpis: balandis

ANTROJI SITUACIJA: VASARIO 17 D.

Stebėjimo sritis: tūrio samprata

Ugdomoji veikla: kruopų pilstymas ir tūrio tyrinėjimas – aiškinimasis, kiek kruopų telpa į skirtingos formos ir dydžio indus.

Jorio veikseną:

- Savarankiškai pilsto kruopas, komentuoja rezultatą: „Indas pilnas“, „Kruopos netilpo.“
- Pastebi: „Šitas indas aukštesnis, bet jame telpa mažiau.“
- Siūlo matuoti stiklinėmis ir paaiškina: „Šis indas platesnis, todėl tilpo daugiau.“



Mokytojos įžvalgos:

Joris savarankiškai tyrinėjo, taikė pilstymo veiksmus (procedūrinis mąstymas), reagavo į pokyčius ir lygino rezultatus. Jis pradėjo analizuoti indų savybes, vartojo tikslesnes sąvokas („aukštesnis“, „platesnis“) ir susiejo jas su tūrio skirtumais (sąvokinis mąstymas). Siūlymas naudoti stiklinę kaip pastovų matavimo vienetą rodo konceptualų suvokimą, kad tūris priklauso ne tik nuo indo aukščio, bet ir nuo formos bei pločio. Joris ieško dėsningumų, argumentuoja ir planuoja veiksmus.

MOKYTOJOS STEBĖJIMŲ APIBENDRINTAS ĮRAŠAS Į JORIO STEBĖJIMO APLANKĄ

„Stebėtos veiklos (kruopų dalinimas – vasario 10 d.; kruopų pilstymas ir tūrio tyrinėjimas – vasario 17 d.) atskleidžia nuoseklią Jorio matematinio mąstymo raidą. Pirmojoje situacijoje jis skaičiavo, lygino, pastebėjo netolygumus ir siūlė lygaus dalinimo strategiją. Antrojoje – jis jau analizavo indų savybes, darė išvadas apie formos ir tūrio ryšį, taikė matavimo vieneto idėją. Veikdamas jis vartoja vis tikslesnes sąvokas, planuoja veiksmus, orientuojasi ne tik į rezultatą, bet ir į proceso supratimą.

Jorio pasiekimai visiškai atitinka 5 žingsnį pagal *Pasiekimų aprašo* dedamąją 17.3.2. *mato (tūrio) pajautą, išmatuojamų dydžių (tūrių) palyginimą*“.

Stebėdami, kaip vaikas formuluoja pastebėjimus, vartoja sąvokas ir paaiškina sprendimus kiekviename pasiekimų žingsnyje, galime tiksliau nustatyti, kuriame mąstymo raidos etape vaikas yra. Tokia mąstymo stebėsena yra ne tik informacijos rinkimas, bet ir pagrindas sąmoningam ugdymui planuoti.



5.2. KAIP VAIKŲ MATEMATINIO MĄSTYMO PAŽANGA ATSISKLEIDŽIA PRAKTIKOJE?

Pasiekimų apraše kiekviename iš šešių žingsnių integruotai pateikiami visų dedamųjų pasiekimai (Pasiekimų aprašas, 17.4 punktas). Stebėti vaikų pasiekimus ir jų nuoseklią pažangą pagal kiekvieną dedamąją bus paprasčiau pasitelkiant papildomas priemones.

Viena tokių – priede pateikta lentelė (žr. 3 priedą), kurioje kiekviena dedamoji išskleidžiama pagal mąstymo tipus. Lentelėje pateikti požymiai yra pavyzdžiai – jie gali būti pritaikomi, papildomi ar keičiami atsižvelgiant į vaikų amžių, raidos ypatumus ir jų sukaupą patirtį. Svarbiausia – matyti mąstymo raidą kaip perėjimą nuo paviršutiniško kartojimo ir veiksmų atlikimo (procedūrinio mąstymo) link gilesnio supratimo, sąvokų taikymo ir savarankiško samprotavimo (konceptualiojo mąstymo).

 **Plačiau: 3 priedas „Matematinių veiklų atmintinė“.**

Toliau pateikiamas šios lentelės fragmentas.

Mąstymo tipų požymiai pagal dedamąsias (fragmentas)

Gebėjimas (dedamoji)	Procedūrinis mąstymas (ką vaikas daro žingsnis po žingsnio)	Sąvokinis mąstymas (ką supranta, lygina, įvardija)	Konceptualusis mąstymas (kaip sprendžia, kuria, samprotauja)
Skaičiaus pajauta	- Skaičiuoja paeiliui, po vieną. - Deda po vieną objektą skaičiuodamas. - Kartoja skaičių seką.	- Supranta, kad paskutinis skaičius, kurį ištariame paeiliui skaičiuodami, reiškia visą kiekį. - Lygina kiekius („daugiau“, „mažiau“). - Atpažįsta skaitmenis, jų reikšmę.	- Sprendžia žaislingus uždavinius. - Pagrindžia savo sprendimą. - Naudoja skaičius planuodamas („reikia dar dviejų“).

Kitas ugdytojams patogus variantas gali būti pažangos lentelės, sudarytos pagal dedamąsias, kuriose kiekvienam pasiekimų žingsniui pagal *Pasiekimų aprašą* nurodytas pažangos požymis, jį iliustruojantis pavyzdys ir mąstymo tipas, ties kuriuo šiuo atveju sutelkiamas dėmesys. Toliau pateikiamas tokios lentelės pavyzdys sričiai *sekos*.

Pavyzdys

Pažangos lentelė: sekos

Žingsnis	Požymis	Vaiko veiksenos pavyzdys	Vyraujantis mąstymo tipas
1	Reaguoja į pasikartojančius garsus ar judesius.	Ploja pagal ritmą, pakartoja judesį.	Procedūrinis
2	Išsitraukia į AB / BA sekų kopijavimą.	Kartojasi seką pagal pavyzdį.	Procedūrinis
3	Tiksliai atkuria dviejų elementų sekas.	Sudėlioja: raudona–mėlyna, raudona–mėlyna.	Procedūrinis
4	Pratęsia seką, pakomentuoja įžvelgtą dėsningumą.	Sako: „Po mėlynos eina raudona.“	Sąvokinis
5	Supranta modelį ir jį paaiškina.	„Du vienodi, tada kitas – AAB.“	Sąvokinis, konceptualusis
6	Kuria naujas sekas ir taiko kituose kontekstuose.	Savarankiškai sudėlioja seką žaidime ar piešinyje.	Konceptualusis

Tokio pobūdžio lentelės, pagrįstos *Pasiekimų aprašu*, naudingos mokytojui ne tik stebint vaiko pažangą, bet ir planuojant bei reflektuojant ugdomųjų veiklų tikslingumą ir taikomų metodų poveikį. Be to, aiškiai įvardyti pažangos požymiai ir pavyzdžiai padeda užtikrinti nuoseklią ugdymo proceso stebėseną visoje mokykloje. Panašias pažangos lenteles kitoms dėdamosioms mokytojai galėtų susidaryti patys (kituose prieduose ir ankstesniuose skyriuose yra pateikta daugiau tokių veiklų pavyzdžių).

Mokytojams svarbu susitarti, kokie pasiekimų ir pažangos stebėsenos būdai jiems padėtų stebėti matematinio mąstymo pažangą. Jie turi būti ne tik aptarti, bet ir **įtvirtinti ugdymo programos bendrojoje dalyje** – apibrėžiant bendrą požiūrį ir kryptį, o jų konkretizavimas gali būti plėtojamas prieduose ar komandos susitarimuose (plačiau – 6 skyriuje).

5.3. KAIP INTERPRETUOTI STEBĖSENOS DUOMENIS UGDYMO TIKSLAIS?

Vaikų mąstymo pažangos stebėjimas įgyja tikrąją vertę tuomet, kai surinkta informacija tampa pagrindu samoningiems pedagoginiams sprendimams. Tai reiškia, kad mokytojas neapsiriboja vien vaikų veiksenos aprašymu – jis ieško gilesnio supratimo apie vaiko mąstymą ir remiasi tuo planuodamas tolesnį ugdymą.

MOKYTOJOS REFLEKSINIŲ ĮŽVALGŲ APIE PAŽANGOS STEBĖSENĄ PAVYZDŽIAI

MONIKOS ATVEJIS

Monikos pažangos stebėsenos išrašas

Vaikas: Monika, 5 m. 1 mėn.

Laikotarpis: kovas–gegužė

Stebėjimo sritis: sekų atpažinimas ir kūrimas.

1. PRADINĖ SITUACIJA (KOVO PRADŽIOJE)

Ugdomoji veikla: spalvotų sagučių dėliojimas pagal sekos modelio AB pavyzdį.

Monikos veikseną: dėlioja sagutes į vieną eilę iš abiejų pusių. Paklausta mokytojos, kaip čia daro, komentuoja: „Tiesiog gražiai darau.“

Dėliodama keičia sagučių spalvas, tačiau ne pagal duoto modelio struktūrą.

Mokytojos įžvalgos: mąstymas procedūrinis, orientuotas į estetiką; bando išgauti spalvų ritmą, tačiau dar nekreipia dėmesio į sekos modelio struktūrą.

2. TARPINIS STEBĖJIMAS (BALANDŽIO VIDURYJE)

Ugdomoji veikla: veriami karoliai pagal sekos modelį AB (A – raudonas makaronas, B – žalias makaronas).

Monikos veikseną: verdamą karolius, garsiai įvardija spalvas; suklydusi pati pastebi ir ištaiso klaidą; komentuoja: „Žalias visada po raudono.“

Mokytojos įžvalgos: mąstymas pereina į sąvokinį – Monika atpažįsta pasikartojimo principą ir gali jį paaiškinti.

3. PABAIGOS SITUACIJA (GEGUŽĖS PABAIGOJE)

Ugdomoji veikla: vaikai kuria šimtakojį pagal pačių pasirinktą modelį.

Monikos veikseną: užtikrintai dėlioja skirtuliukus: didelis, mažas, didelis, ...; komentuoja: „Aš dar darau kalnelius – į viršų, į apačią – jis juk šliaužia.“

Mokytojos įžvalgos: atsiranda konceptualiojo mąstymo bruožų – Monika taiko žinomą sekos tipą naujame kontekste, apibūdina sekos struktūrą.



Mokytojos refleksija (Monikos atvejis)

„Stebėdama Moniką tris mėnesius, pastebėjau aiškų mąstymo pokytį – nuo estetinio dėlioimo link struktūrinio samprotavimo. Pradžioje Monika sekas tiesiog gražiai dėliojo. Vienu metu ji pasakė: „Čia eina raudona, žalia ir vėl iš naujo.“ Supratau, kad Monika jau pastebi pasikartojimo dėsninę ir savarankiškai apmąsto veiklą. Vėliau Monika pati ėmė kurti sekas įvairiose veiklose ir aiškinti jas kitiems – tai rodo perėjimą į konceptualųjį mąstymą. Dabar jai siūlysiu sudėtingesnius modelius (pvz., ABC, AAB, ABB, ABBC), skatinsiu ją pačią kurti, lyginti, keisti. Stengiuosi palaikyti jos mąstymo raidą atvirais klausimais, tokiais kaip: „Kaip sugalvojai tokią seką?“, „Kuo ji skiriasi nuo ankstesnės?“, „Kaip galėtum ją pakeisti?“ – jie padeda gilinti sąvokų supratimą ir skatina refleksiją.“

ROKO ATVEJIS

Roko pažangos stebėsenos išrašas

Vaikas: Rokas, 4 m. 10 mėn.

Laikotarpis: balandis

Stebėjimo sritis: sekų atkartojimas ir supratimas.



1. PRADINĖ SITUACIJA (PIRMOJI VEIKLA)

Ugdomoji veikla: spalvotų kaladėlių dėliojimas pagal AB sekos modelį.

Roko veikseną:

- Tiksliai atkartoja seką pagal modelį, sako: „Raudona, mėlyna, raudona... tai dabar vėl mėlyna.“
- Nepajėgia paaiškinti, kodėl tokia seka; vadovaujasi atmintimi.

Mokytojos įžvalgos (iš stebėjimo įrašo): mąstymas procedūrinis – Rokas tiksliai atkuria sekas, bet nesuvokia jų struktūros.

2. PAKARTOTINIS STEBĖJIMAS (KITĄ SAVAITĘ)

Ugdomoji veikla: sekos atkūrimas garsais (plojimas, trepsėjimas).

Roko veikseną:

- Atkartoja garsų seką pagal pavyzdį.
- Paklaustas: „Kaip žinai, kas eina po plojimo?“ – gūžteli pečiais arba pakartoja judesį.

Mokytojos įžvalgos (iš stebėjimo įrašo): Rokas vis dar veikia imituodamas, samprotauti nepradeda – supratimas apie sekos struktūrą dar nesusiformavęs.

Mokytojos refleksija (Roko atvejis)

„Stebėdama Roką, matau, kad jo mąstymas šiuo metu išlieka procedūriniame lygmenyje – jis tiksliai atkartoja pavyzdžius, tačiau nepajėgia jų paaiškinti. Tai rodo, kad Rokas remiasi įsiminiu, bet ne dėsningumų suvokimu.

Todėl siekiu palaikyti jo pažangą pereinant nuo mechaninio veikimo prie sąvokinio mąstymo. Skatinu jį kalbėti apie tai, ką daro – užduodu klausimus: „Ką dabar dedi?“, „Kodėl ši spalva?“ Taip pat pasitelkiu vizualines priemones – sekų korteles, spalvų modelius, kuriuos galime aptarti kartu. Naudingos ir lyginimo užduotys: „Kuo ši seka skiriasi nuo kitos?“ – jos padeda Rokui pradėti pastebėti dėsningumus.

Kartais siūlau jam ne tik tęsti seką, bet ir ją užbaigti ar sukurti naują. Pastebiu, kad tokios užduotys padeda Rokui palaipsniui pereiti prie gilesnio samprotavimo ir geresnio struktūrų suvokimo.“

Monikos ir Roko stebėjimų atvejai atskleidžia, kaip skirtingai gali vystytis vaikų mąstymas.

Monikos atvejis rodo aiškią pažangos trajektoriją – nuo estetinių pojūčių ir spontaniško dėliojimo iki gebėjimo sąmoningai atpažinti sekos struktūrą, ją paaiškinti, kurti naujus modelius ir įtraukti kitus. Tai liudija, kad vaiko mąstymas perėjo nuo procedūrinio prie sąvokinio ir konceptualiojo. Ši pažanga tapo matoma todėl, kad buvo fiksuojama ne vien tai, ką Monika padarė, bet ir kaip ji tai darė ir apie ką kalbėjo ugdomosios veiklos metu.

Roko atvejis, priešingai, atskleidžia, kad net ir sėkmingas užduoties atlikimas ne visada reiškia sąvokinį supratimą. Rokas geba tiksliai atkurti AB seką, tačiau negali paaiškinti savo pasirinkimų. Jo mąstymas išlieka procedūriniame lygmenyje. Šis atvejis padeda suprasti, kaip svarbu nesustoti ties paviršiniu rezultatu, bet gilintis į mąstymo kokybę ir brandą.

Šie du skirtingi pavyzdžiai primena, kad kiekvienas vaikas juda savu tempu ir net to paties turinio veikla kiekvienam gali turėti vis kitokią pažintinę reikšmę. Todėl mokytojui svarbu ne tik siūlyti ugdomąsias veiklas, bet ir aktyviai stebėti mąstymo procesą, fiksuoti jo pokyčius, reflektuoti ir planuoti tolesnius žingsnius remiantis ne spėjimais, o konkrečiais stebėjimo duomenimis. Vaikų pažanga neretai pasireiškia smulkiais pokyčiais: kaip ieško sprendimų, ką kalba, kaip motyvuoja veiksmus ar net parodo kūno kalba.

Toks požiūris iš esmės keičia ir ugdymo logiką – vietoj vienodo plano visai grupei atsiranda jautrus reagavimas į kiekvieno vaiko mąstymo brandą, domėjimąsi, savitus kelius. Mokytojo darbas tampa labiau grįstas stebėjimu, refleksija ir atliepimu į realius vaikų mąstymo procesus, o ne vien iš anksto suplanuotomis veiklomis. Tokiu būdu ugdymas tampa ne tik kryptingas, bet ir gyvas – augantis kartu su vaikais.

VAIKŲ GRUPĖS PAŽANGOS STEBĖJIMAS IR ANALIZĖ

Analizuodamas visų grupės vaikų stebėjimo duomenis, mokytojas gali įžvelgti, kokie grupėje vyrauja vaikų mąstymo tipai. Tokia analizė leidžia:

- įvertinti, kurios ugdymo strategijos veikia, o kurioms reikia korekcijų;
- atsakyti sau į klausimą: „Ar ugdymo procese pakankamai skatiname sąvokinį ir konceptualųjį mąstymą?“;
- įsitikinti, ar vaikams sudaromos tinkamos galimybės gilintis, tyrinėti ir susieti patirtis.

Toliau pateikiamas pavyzdys, kaip galima atlikti visos vaikų grupės pažangos apibendrinimą ir numatyti tolesnio ugdymosi gaires.

Pavyzdys

Kontekstas: mokytoja stebėjo ugdomasias matematines veiklas, į kurias buvo integruota *seku* tematika. Ji užpildė tokią grupės vaikų pažangos lentelę (*fragmentas, iš viso stebėta 15 vaikų*)

Vaiiko vardas	Data	Veiklos aprašymas	Mąstymo tipas	Pastabos / Pedagoginės įžvalgos	Tolesni ugdymo žingsniai
Jonas	2026-05-01	Kartojimas AB sekos su spalvomis.	Procedūrinis	Tiksliai kartoja seką, bet negali paaiškinti dėsningumo.	Skatinti kalbėti apie spalvų pasirinkimą, užduoti atvirus klausimus.
Ema	2026-05-03	Pratęsia AB seką.	Sąvokinis	Supranta ir aiškiai paaiškina sekos modelį.	Pasiūlyti kurti sudėtingesnes sekas, skatinti refleksiją.
Matas	2026-05-05	Kuria savo spalvų seką ir aiškina.	Konceptualusis	Sukūrė seką „raudona–mėlyna–geltona“ ir aiškina pasirinkimą.	Skatinti taikyti sekas kituose žaidimuose, kūrybinėse veiklose.
Gabija	2026-05-07	Kopijuoja AB seką.	Procedūrinis	Veiksmus atlieka tiksliai, bet nekommentuoja veiksmų.	Skatinti garsiai apibūdinti, kas vyksta.
Lukas	2026-05-10	Paaiškina, kodėl tęsia seką.	Sąvokinis	Pasakoja: „Po geltonos visada eina raudona, o po raudonos geltona.“	Skatinti kurti sekas, kelti klausimus „kodėl?“.

Mokytoja apibendrina stebėjimus:

- 5 iš 15 vaikų šiuo metu demonstruoja procedūrinį mąstymą – jie daugiausia atkartoja sekas, bet mažai reflektuoja jų dėsningumus;
- 7 vaikai pereina prie sąvokinio mąstymo – supranta ir gali aiškinti sekų modelius;
- 3 vaikai jau demonstruoja konceptualųjį mąstymą – aktyviai kuria naujas sekas ir geba jas kūrybiškai aiškinti.

Numatomos tolesnio ugdymo gairės:

- skatinti vaikus garsiai mąstyti apie savo veiksmus ir sekas, suteikiant erdvės refleksijai;
- įtraukti kūrybines veiklas, kuriose vaikai galėtų eksperimentuoti ir kurti naujus sekų modelius;
- pateikti atvirus klausimus („Kodėl?“, „Kaip galėtum pakeisti seką?“), kurie skatina giliau mąstyti ir išsamiau aiškinti;
- planuoti individualias užduotis pagal kiekvieno vaiko mąstymo tipą, palaipsniui didinant užduočių sudėtingumą ir įvairumą.

Taigi, grupės pažangos analizė tampa ne tik informacijos rinkimo, bet ir ugdymo proceso planavimo įrankiu. Svarbu, kad visi ugdytojai būtų susipažinę su pažangos modeliais ir juos naudotų tiek savo stebėjimuose, tiek planuodami ugdymo veiklas, taip pat dalindamiesi įžvalgomis su kolegomis.



5.4. KAIP PLANUOTI UGDYMĄ REMIANTIS STEBĖSENOS ĮŽVALGOMIS?

Vaikų mąstymo pažangos stebėjimas būna prasmingas tik tada, kai tampa pagrindu tolesniam ugdymo planavimui. Tai reiškia, kad mokytojas neapsiriboja vien tik vaikų dabartinės būsenos fiksavimu, bet remdamasis stebėjimais kuria strategijas, kaip kiekvieną vaiką palaikyti, skatinti ir iššūkiais sužadinti norą toliau augti.

Vienas paveikiausių būdų – susieti vaikų mąstymo tipus, numatomus veiklos žingsnius ir mokytojo veiksmus. Tokias sąsajas patogiu vizualizuoti lentelėse ar schemose.



Pavyzdžiui, 20 lentelėje *seku* tyrinėjimo sritis pristatyta per mąstymo tipus, susiejant juos su konkrečiomis ugdomosiomis veiklomis ir tikslais. Tai padeda geriau suprasti, kaip skirtingi mąstymo tipai palaikomi tinkamomis užduotimis ir mokytojo parama.

20 lentelė. *Mąstymo tipų palaikymas tyrinėjant sekas*

Vaiko mąstymo tipas	Veiklos pasiūlymas	Tikslas	Mokytojo veiksmai
Procedūrinis	Kopijuoti AB seką pagal pavyzdį (pvz., raudona–mėlyna–raudona...).	Įtvirtinti sekų kopijavimo įgūdžius.	Rodyti pavyzdį, padėti rasti tinkamas spalvas, padrąsinti. Stebėti, ar veikia nemąstydamas, ar pastebi dėsningumus.
Sąvokinis	Pratęsti duotą seką be pagalbos ir įvardyti dėsningumą.	Suprasti sekų struktūrą, vartoti sąvokas („kaitaliojasi“, „kartoja“).	Klausti: „Kokia čia seką?“, „Kas eina po šitos spalvos?“ Spontaniškas sąvokų vartojimas – ženklas, kad mąstymas gilėja.
Konceptualusis	Kurti savo seką, paaiškinti pasirinkimus, taikyti kitoje veikloje (pvz., ritminėje, piešinyje).	Skatinti savarankišką modeliavimą ir pritaikymą naujuose kontekstuose.	Klausti: „Kodėl pasirinkai tokią seką?“, „Kur dar ją gali panaudoti?“ Stebėti, ar vaikas eksperimentuoja ir reflektuoja.

Tokios lentelės gali būti vertingas pagalbinis įrankis, leidžiantis įvertinti vaiko mąstymą ir planuoti tolesnę raidą. Jos padeda numatyti, kokios paramos gali reikėti skirtingų pasiekimų vaikams, ir kurti ugdomąsias situacijas, skatinančias sklandų perėjimą nuo procedūrinio prie sąvokinio ir konceptualiojo mąstymo.

Svarbu pabrėžti, kad tokių lentelių ar schemų rengimas nėra privalomas. Kiekvienas mokytojas gali laisvai pasirinkti, ar jos jam reikalingos. Vis dėlto, be naudos pačiam mokytojui, tokie įrankiai gali būti ir puiki bendradarbiavimo forma. Mokytojas, dirbantis su vaikais, pirmasis fiksuoja jų mąstymo raidą, o metodinė grupė teikia pagalbą, kuria bendras sistemas ir dalinasi gerąja patirtimi. Tokiu būdu ugdytojai kartu gali aptarti vaikų pažangą, papildyti ugdymo planus ir skatinti profesinį tobulėjimą, išlaikydami darbo lankstumą.

Apie konkrečios veiklos plano parengimą – žr. 14 knygelę.

 **Plačiau: 14 knygelė** „Kas yra vaiko galias ir iniciatyvas atliepiantis planavimas“.

Apie veiklų pritaikymą vaikams – žr. 4 knygelę.

 **Plačiau: 4 knygelė** „Kaip organizuoti įtraukųjį ugdymą universalus dizaino mokymuisi prieigoje?“.



5.5. KAIP SISTEMINGAI STEBĖTI IR FIKSUOTI MĄSTYMO RAIDĄ?

Matematinis mąstymas – tai nuolat besikeičiantis ir individualus vaiko pažinimo procesas. Tai nėra vien techninis veiksmas, bet ugdymo filosofija, grindžiama įsitikinimu, kad svarbiausia – ne rezultatas, o tai, kaip vaikas atranda matematines sąvokas, kuria ryšius, išbando įvairius sprendimo kelius ir įgyja patirties iš klaidų. Vaiko mąstymas atsiskleidžia ne tik per galutinius pasiekimus, bet ir per sprendimų pasirinkimą, reakciją į sunkumus ir naujas situacijas. Todėl būtina taikyti tikslingą, nuoseklią ir sistemingą stebėseną, leidžiančią matyti ne tik galutinį atsakymą, bet ir visą mąstymo eigą ir jo raidą.

Sisteminga stebėseną suteikia galimybę laiku įvertinti pažangą, atliepti kiekvieno vaiko individualius poreikius, planuoti ugdymą sumaniau ir skatinti gilesnį vaiko samprotavimą. Ji neturi būti atsitiktinė ar epizodinė, o nuosekliai integruota į kasdienę mokytojo darbo praktiką.

Matematinio mąstymo stebėseną prasideda nuo aiškaus tikslo apibrėžimo – ką tiksliai norima stebėti, kokius mąstymo aspektus ar gebėjimus svarbu fiksuoti vaiko ugdymosi kelyje. Aiškiai apibrėžus tikslą, lengviau pasirinkti ar susikurti patogias, ugdymo kontekstui pritaikytas stebėjimo priemones. Tai gali būti individualūs vaikų stebėjimo lapai, vaiko pasiekimų aplankai (*portfolio*) ar kitos mokytojų pasirinktos ar sukurtos priemonės.



Svarbu, kad stebėjimai vyktų ne atsitiktinai, o taptų natūralia, pasikartojančia ugdymo praktikos dalimi. Rekomenduojama nusistatyti konkretų laiką duomenų peržiūrai ir analizei – pavyzdžiui, trumpas refleksijas po ugdomųjų veiklų, savaitinius stebėjimų aptarimus su komanda, mėnesines vaikų pažangos peržvalgas ir pan. Tai padeda mokytojui nuolat grįžti prie vaikų mąstymo eigos analizės, stebėti pokytį ir planuoti ugdomasias veiklas pagal realius poreikius ir galimybes.

Stebėjimo informacija neturėtų būti renkama tik mokytojo. Ypač svarbu į ugdymo stebėsenos procesą **įtraukti patį vaiką** – skatinti jį reflektuoti: ką jis suprato, kokį veikimo būdą pasirinko, kas pavyko, kas buvo netikėta ar sunku, kaip jis jaučiasi ugdomojoje veikloje.

Net trumpi vaikų pasisakymai, piešiniai, simboliniai žymėjimai ar pasirinktų strategijų pavaizdavimas atskleidžia jų mąstymo eigą.

Naudinga taip pat įtraukti:

- kitų vaikų atsiliepimus,
- bendradarbiavimo metu vykstančias diskusijas,
- garso ar vaizdo įrašus,
- grupinių veiklų analizę,
- vaikų klausimų ar pastebėjimų registravimą.



Tokie įvairialypiai duomenys padeda susidaryti išsamesnį vaizdą apie kiekvieno vaiko matematinio mąstymo raidą, atpažinti ne tik pasiekimus, bet ir iššūkius, įpročius, stipriąsias ir augimo galimybių reikalingas puses. Apie dokumentavimo būdus – žr. 3 knygelę.

 **Plačiau: 3 knygelė** „Kaip plėtoti vaikų pasiekimų ir pažangos stebėseną mokykloje?“.

STABTELĖKIME. KAS ŠIAME SKYRIUJE SVARBIAUSIA?

Stebėsena turėtų būti aiškiai įtvirtinta mokyklos programoje, apibrėžiant principus, tikslus ir vertybines nuostatas. Tačiau norint, kad ji veiktų praktiškai, reikalingas ir papildomas mokytojų komandos darbas – bendri susitarimai, metodiniai įrankiai, refleksijos formos ir kultūra, kurioje ugdymas grindžiamas dialogu, duomenimis ir vaikų mąstymo stebėjimu.



6. MATEMATINIO MĄSTYMO UGDYMAS PROGRAMOJE

Kaip matematinio mąstymo ugdymo kryptį aprašyti mokyklos programoje?

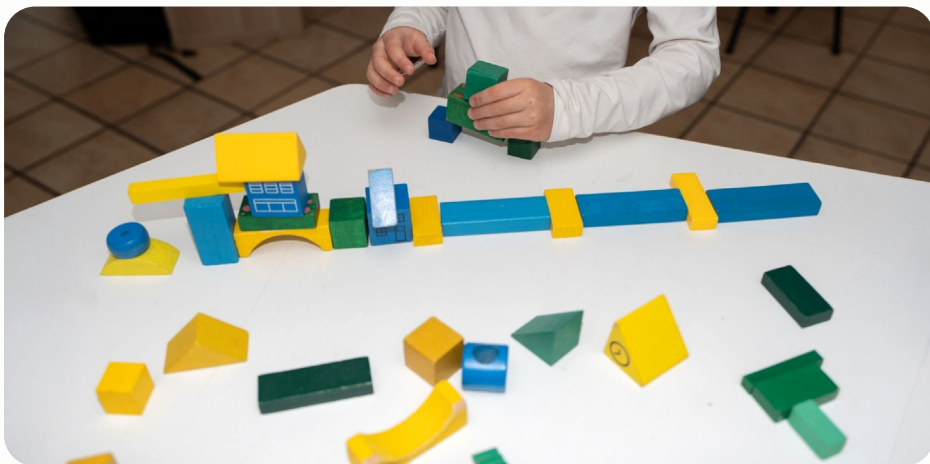
ŠIAME SKYRIUJE APTARSIME:

- 6.1. Kokie susitarimai svarbūs rengiant ar atnaujinant programoje matematinio ugdymo dalį?
- 6.2. Kaip ugdytojų susitarimai dėl matematinio mąstymo ugdymo atsiskleidžia programoje?



6.1. KOKIE SUSITARIMAI SVARBŪS RENGIANT AR ATNAUJINANT PROGRAMOJE MATEMATINIO UGDYMO DALĮ?

Rengiant ar atnaujinant mokyklos ugdymo programą, pirmiausia svarbu susitarti dėl pagrindinių ugdymo kryptį apibrėžiančių aspektų. Tokie susitarimai padeda aiškiai apibrėžti bendrą pedagoginį požiūrį ir užtikrina nuoseklią praktinę veiklą visoje įstaigoje. Tai ypač svarbu siekiant ugdymo turinio integralumo – kad skirtingos sritys papildytų viena kitą ir drauge formuotų visapusiškai mąstantį, pasaulį aktyviai pažįstantį vaiką.



Matematinis mąstymas ikimokykliniame amžiuje turėtų būti suprantamas kaip vaiko gebėjimo mąstyti pagrindas, formuojamas per žaidimą, tyrinėjimą, kasdienes situacijas ir natūralią patirtį. Matematiniai gebėjimai vystomi ne atskirai, o kaip neatsiejama visuminio ugdymo dalis, integruota į kalbinę raišką, socialinį ir emocinį ugdymą, gamtos pažinimą, meninę kūrybą ir judesį.

Viena iš esminių šio visuminio ugdymo krypčių – matematinio mąstymo ugdymas, grindžiamas trimis mąstymo tipais:

- **procedūriniu mąstymu** – gebėjimu atlikti konkrečius veiksmus (skaiciuoti, rūšiuoti, matuoti, nustatyti seką ir pan.);
- **sąvokiniu mąstymu** – supratimu, kas slypi už šių veiksmų, pavyzdžiui, ką reiškia konkretus skaičius (pvz., „5“ – tai penki daiktai), skaičių tvarka („po 3 eina 4“), seka (skaiciavimas pirmyn ir atgal), kryptis (nuo kairės į dešinę, iš viršaus į apačią) ir pan.;
- **konceptualiuoju mąstymu** – gebėjimu taikyti įgytas žinias naujuose kontekstuose, analizuoti, daryti išvadas, pagrįsti sprendimus, atpažinti ryšius tarp sąvokų ir reiškinių.

Šių tipų mąstymo ugdymas sudaro tvirtą pagrindą ne tik matematiniam raštingumui, bet ir bendriesiems kognityviniams gebėjimams, svarbiems visose gyvenimo srityse – problemų sprendimui, sprendimų priėmimui, kūrybiškam ir kritiniam mąstymui.

Norint, kad matematinio mąstymo ugdymas mokykloje būtų nuoseklus ir prasmingas, būtina susitarti dėl esminių principų:

- **bendros matematinio mąstymo sampratos** – supratimo, kad ugdyme ne tik veiksmų atlikimą, bet ir gebėjimą mąstyti, suprasti, paaiškinti ir taikyti žinias;
- **aiškių ugdymo tikslų ir principų** – susitarimo, ką laiko- me pažanga ir kaip jos siekiame;
- **vaikų pažangos stebėjimo būdų** – kaip fiksuojame ne tik rezultatą, bet ir vaiko mąstymo eigą;
- **įtraukios aplinkos kūrimo** – užtikrinant sąlygas savarankiškam eksperimentavimui, tyrinėjimui, bandymams ir klydimui;
- **refleksijos skatinimo** – padedant vaikams įvardyti savo mąstymo procesą, pasirinkimus ir sprendimus;
- **komandinio bendradarbiavimo** – stiprinant ugdytojų komandinę praktiką, dalinantis patirtimi ir nuosekliai tobulinant ugdymo turinį.

7 priede pateikiama forma, padedanti mokytojams susitarti dėl bendro požiūrio į matematinio mąstymo ugdymą ir užtikrinti nuoseklų jo įgyvendinimą ilgalaikėje perspektyvoje.

 **Plačiau: 7 priedas** „Mokytojų susitarimų dėl matematinio mąstymo forma“.



6.2. KAIP UGDYTOJŲ SUSITARIMAI DĖL MATEMATINIO MĄSTYMO UGDYMO ATSISKLEIDŽIA PROGRAMOJE?

Toliau pateikiamas galimų susitarimų dėl matematinio ugdymo pavyzdys mokyklos programoje. Šalia įrašų parodyta jų atitiktis minėtiems matematinio ugdymo principams.

Pavyzdys

MATEMATINIO MĄSTYMO UGDYMAS

Pasiekimų aprašas (17.3) ir Gairės (34, 40.7–40.8)

Mokykla sąmoningai renkasi kryptį, orientuotą į nuoseklų, prasmingą ir įtraukiantį vaikų matematinio mąstymo ugdymą. Ši sritis glaudžiai siejama su bendru ugdymo pobūdžiu – visuminis, integruotas, orientuotas į vaiko patirtį, žaidimą, tyrinėjimą ir dialogą. Ugdymas vyksta tiek natūraliose kasdienėse situacijose, tiek planuotose veiklose, kai vaikui sudaromos galimybės samprotauti per kalbą, meną, judesį, praktinius bandymus ar žaidimus.

Matematinis mąstymas suprantamas kaip nuoseklus gebėjimų augimas trimis kryptimis: procedūrinis mąstymas – kai vaikas veikia ir eksperimentuoja; sąvokinis mąstymas – kai pradeda suprasti, ką daro ir kodėl; konceptualusis mąstymas – kai geba taikyti žinias naujose situacijose, sprendamas problemas. Visos šios kryptys vystosi lygiagrečiai, susipina vaiko patirtyje ir sudaro vientisą mąstymo raidą. Matematinis ugdymas nėra pasiruošimas mokyklai siaurąja prasme, o gilesnių mąstymo procesų pradžia – gebėjimo samprotauti, kurti ryšius, ieškoti sprendimų ir juos pagrįsti.

Pažanga suprantama kaip mąstymo raida, o ne tik konkrečių užduočių atlikimas. Mokytojas padeda vaikui tyrinėti, kelti klausimus, reflektuoti savo veiksmus ir sprendimus. Klaidos laikomos natūralia mokymosi dalimi – jos skatina ieškoti kitų sprendimo būdų, diskutuoti ir gilinti supratimą.

Matematinio mąstymo pasiekimai struktūruojami pagal šias dedamąsias:

- skaičiaus pajauta, samprotavimai apie kiekį ir duomenis;
- mato pajauta ir išmatuojamų dydžių palyginimas;
- geometrinių modelių pažinimas, figūrų tyrinėjimas ir konstravimas;
- vietos, krypties ir sekų pažinimas.

Pagrindiniai susitarimai dėl matematinio mąstymo ugdymo krypties ir ugdymo principų turėtų būti aiškiai įtvirtinti mokyklos programoje, o programos konkretizavimas galėtų būti plėtojamas prieduose, vidaus komandos susitarimuose ar metodinėse gairėse.

BENDRA MATEMATINIO MĄSTYMO SAMPRATA

AIŠKŪS UGDYMO TIKSLAI IR PRINCIPAI

Vaikų pažanga stebima fiksuojant ne tik pasiekimų žingsnį, bet ir mąstymo procesą – kaip vaikas galvoja, kokius klausimus kelia, kaip ieško sprendimų, ar geba paaiškinti savo veiksmus. Stebėjimai atliekami naudojant aprašomuosius įrašus, stebėjimo lapus, vaikų darbų pavyzdžius, nuotraukas ar trumpus pasakojimus apie jų veiklą. Surinkta informacija aptariama mokytojų komandos susitikimuose, kuriuose analizuojama vaikų pažanga ir planuojami tolesni žingsniai.

Matematinio mąstymo ugdymo aplinka kuriama kaip kviečianti, atvira tyrinėjimui ir kintanti pagal vaikų poreikius. Grupėse veikia tyrinėjimo kampeliai – rūšiavimo, matavimo, skaičiavimo, konstravimo erdvės su įvairiomis atviromis priemonėmis (akmenukai, sagos, kaladėlės, pagaliukai, matavimo indai ir kt.). Veiklos persikelia ir į lauką, pasitelkiant natūralią aplinką, gamtos medžiagas ir kasdienes daiktus. Tokia aplinka skatina vaiką mąstyti savaimingai, per spontanišką žaidimą ar natūralias situacijas.

Refleksija – esminė tiek vaikų, tiek mokytojų ugdymo dalis. Vaikai mokosi įvardyti savo mąstymą per klausimus: „Kaip supratai?“, „Kodėl taip padarei?“, „Ką pastebėjai?“, „Kas pasikeitė, kai pabandei kitaip?“. Šie pokalbiai padeda vaikui suvokti savo mokymosi procesą, o mokytojui – suprasti vaiko mąstymo būdą. Mokytojai taip pat reflektuoja savo veiklą – aptaria taikomų metodų veiksmingumą, kylančius sunkumus, sėkmingas strategijas ir tobulintinas sritis.

Mokykloje veikia nuosekli refleksijos ir bendradarbiavimo sistema: kas savaitę – grupių mokytojų refleksijos užrašai; kas mėnesį – komandos susitikimai; kartą per ketvirtį – metodinės grupės refleksija ir „gerosios praktikos dirbtuvės“; kartą per metus – metinė susitarimų peržiūra. Ši sistema užtikrina ugdymo nuoseklumą tarp grupių, skatina profesinį tobulėjimą, dalinimąsi idėjomis ir bendrų tikslų siekimą. Vertingiausios patirtys – vaikų mąstymo stebėjimo lapų pavyzdžiai, kasdienių situacijų, skatinančių mąstymą, sąrašai, klausimų vaikų refleksijai pavyzdžiai ir veiklų idėjos – kaupiamos bendrame metodiniame aplanke, kurį mokytojai nuolat pildo ir tobulina pagal grupės poreikius.

VAIKŲ PAŽANGOS STEBĖJIMO BŪDAI

ĮTRAUKIOS APLINKOS KŪRIMAS

REFLEKSIJOS SKATINIMAS

KOMANDINIS BENDRADARBIAVIMAS

NAUDOTA LITERATŪRA

- Australian Educational Research Organisation. (2022). *Mathematical thinking – Early childhood learning trajectory*. <https://www.edresearch.edu.au/resources/mathematical-thinking-early-childhood-learning-trajectory>
- Baroody, A. J., & Dowker, A. (Eds.). (2003). *The development of arithmetic concepts and skills: Constructive adaptive expertise*. Lawrence Erlbaum Associates Publishers. <https://psycnet.apa.org/record/2003-04942-000>
- Black, P., & Wiliam, D. (1998). Assessment and classroom learning. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, 5(1), 7–74. <https://doi.org/10.1080/0969595980050102>
- Bruce, C. D., & Hawes, Z. (2015). The role of 2D and 3D mental rotation in early mathematics achievement: What is it? Why does it matter? And what can we do? *ZDM Mathematics Education*, 47(3), 331–343. <https://doi.org/10.1007/s11858-014-0637-4>
- Carr, M., & Claxton, G. (2002). Tracking the development of learning dispositions. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, 9(1), 9–37. <https://doi.org/10.1080/0969594022000004300>
- Carr, M., May, H., & Podmore, V. N. (1994). Reflection, reflexivity and self-evaluation: Linking teachers' and children's learning. *Early Years*, 14(1), 7–15. <https://doi.org/10.1080/0957514940140102>
- Carruthers, E., & Worthington, M. (2006). *Children's mathematics: Making marks, making meaning* (2nd ed.). SAGE Publications. https://www.researchgate.net/publication/323691540_Children's_Mathematics_Making_Marks_Making_Meaning_2nd_ed
- Casadiego, L., Villota, N., Martínez, A., Torres, C., & Rivera, M. (2024). Mathematical thinking in preschool: Strengthening seriation and counting through problem solving. *International Journal of Early Childhood*, 57, 379–401. <https://doi.org/10.1007/s13158-024-00402-4>
- Case, R. (1992). The role of the frontal lobes in cognitive development: What can we learn from developmental cognitive neuroscience? In A. D. Milner & M. M. Rugg (Eds.), *Developmental cognitive neuroscience* (pp. 199–219). MIT Press. [https://doi.org/10.1016/0278-2626\(92\)90061-P](https://doi.org/10.1016/0278-2626(92)90061-P)
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2009). *Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203883785>
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2014). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach* (3rd ed.). Routledge. Learning and Teaching Early Math; The Learning Trajectories Approach; Third Edition
- Clements, D. H., Lizcano, R., & Sarama, J. (2023). Research and pedagogies for early math. *Education Sciences*, 13(8), 839. <https://doi.org/10.3390/educsci13080839>

- Colorado Community Colleges Online. (n. d.). Environmental factors supporting math. In *Introduction to curriculum for early childhood education (ECE 2621)*. Pressbooks. <https://pressbooks.ccconline.org/accintroductiontoece/chapter/environmental-factors-supporting-math/>
- Elia, I., Baccaglini Frank, A., Levenson, E., Matsuo, N., Feza, N., & Lisarelli, G. (2023). Early childhood mathematics education research: Overview of latest developments and looking ahead. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 28, 75–129. <https://doi.org/10.4000/adsc.3113>
- Epstein, A. S. (2007). *The intentional teacher: Choosing the best strategies for young children's learning*. National Association for the Education of Young Children. <https://www.yumpu.com/en/document/view/68445014/download-ebook-the-intentional-teacher-choosing-the-best-strategies-for-young-childrenamp039s-learnin>
- Franzén, K. (2014). Mathematical learning in the early years: Teachers' perspectives. *Early Years*, 34(3), 241–254. <https://doi.org/10.1080/09575146.2014.898615>
- Gillanders, C., & Casal de la Fuente, L. (2019). Enhancing mathematical thinking in early childhood through music. *Pedagogies: An International Journal*, 15(1), 60–79. <https://doi.org/10.1080/1554480X.2019.1673167>
- Hattie, J., & Timperley, H. (2007). The power of feedback. *Review of Educational Research*, 77(1), 81–112. <https://doi.org/10.3102/003465430298487>
- Hunter, J., & Miller, J. (2022). Using cultural contexts in modelling tasks: Supporting young diverse learners to identify structure and generalise. *ZDM Mathematics Education*, 54, 1349–1362. <https://doi.org/10.1007/s11858-022-01386-y>
- Mackay, K., Stephenson, N., Thomas, B., & McChesney, J. (2022). Recognising young children as mathematicians: Connecting mathematical concepts to practices, pedagogy and play. *Early Childhood Folio*, 26(1), 23–28. <https://doi.org/10.18296/ecf.1105>
- McLennan, D. P. (2014). Making math meaningful for young children. *Teaching Young Children*, 8(1). <https://www.naeyc.org/resources/pubs/tyc/oct2014/making-math-meaningful>
- Mooney, C. G. (2000). *Theories of childhood: An introduction to Dewey, Montessori, Erikson, Piaget & Vygotsky* (2nd ed.). Redleaf Press. Theories of Childhood, Second Edition: An Introduction to Dewey, Montessori, Erikson, Piaget & Vygot
- Moore, E. (2014). Creating supportive learning environments for early childhood mathematics. *Early Childhood Education Journal*, 42(2), 85–92. <https://doi.org/10.1007/s10643-013-0595-2>
- National Research Council. (2009). *Mathematics learning in early childhood: Paths toward excellence and equity*. The National Academies Press. <https://doi.org/10.17226/12519>
- OECD. (2012). *OECD Learning Framework 2030: The future of education and skills*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/9789264196658-en>

- Olson, D. R. (2014). *Jerome Bruner: A guide for practitioners and students in early years education*. Bloomsbury Academic. <https://www.bloomsbury.com/uk/jerome-bruner-9781441183132>
- Perry, B., Dockett, S., & Harley, E. (2007). Learning stories and children's powerful mathematics. *Early Childhood Research & Practice*, 9(2), 1–15. <https://eric.ed.gov/?id=EJ1084934>
- Robinson, K. M., Osana, H. P., & Kotsopoulos, D. (Eds.). (2019). *Mathematical learning and cognition in early childhood: Integrating interdisciplinary research into practice*. Springer Cham. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-12895-1>
- Švietimo, mokslo ir sporto ministerija. (2022a). *Ikimokyklinio ugdymo programos gairės*. <https://e-seimas.lrs.lt/portal/legalAct/lt/TAD/76bb8f404b5911ee8185e4f3ad07094a/asr>
- Švietimo, mokslo ir sporto ministerija. (2022b). *Priešmokyklinio ugdymo bendroji programa. Matematikos pasiekimų sritis*. <https://www.emokykla.lt/bendrosios-programos>

NAUDINGOS NUORODOS

NRICH. (n. d.). *Early Years Foundation Stage activities*. University of Cambridge. <https://nrich.maths.org/early-years-foundation-stage-activities>

Sičiūnienė, V. (2021). *Dėlionių kilimas: žaismė ir atradimai. Rekomendacijos ikimokyklinio ugdymo pedagogui. II rinkinys*. Vitae Litera. https://emokykla.lt/metodine-medziaga/medziaga?KL_PROJ_6=5348

Sičiūnienė, V. ir Latvėnaitė-Kričienienė, S. (2021). *Korys: žaismė ir atradimai. Rekomendacijos ikimokyklinio ugdymo pedagogui. I rinkinys*. Vitae Litera. https://emokykla.lt/metodine-medziaga/medziaga?KL_PROJ_6=5348



PRIEDAI

Pateikiami priedai – tai praktinės priemonės ir gairės, kurios padeda gilinti mokytojų supratimą apie vaikų mąstymo procesus matematinėje veikloje, stiprinti ugdytojų refleksiją ir skatinti veiksmingą bendradarbiavimą. Jie skirti ne tik individualiam mokytojų darbui su vaikais, bet ir komandų susitikimams, refleksijoms ir ugdymo procesui planuoti.

Rekomenduojame naudoti priedus pagal konkrečius poreikius – tiek tiesiogiai dirbant su vaikais, tiek analizuojant ugdymo procesą kolegialiai. Priedų lankstumas leidžia pritaikyti juos įvairiose ugdymo situacijose, skatinant nuolatinį mokytojų profesinį augimą ir aktyvų vaikų dalyvavimą.

1 priedas Mąstymo tipų požymiai

2 priedas Klausimai vaikų refleksijai pagal mąstymo tipus

3 priedas Matematinų veiklų atmintinė

4 priedas Vaikų mąstymo pažangos refleksijos forma

5 priedas Vaikų matematinio mąstymo refleksijos klausimai

6 priedas Apie ką verta kalbėtis mokytojams?

7 priedas Mokytojų susitarimų dėl matematinio mąstymo forma



1 PRIEDAS

MĄSTYMO TIPŲ POŽYMIAI



Atpažinti skirtingus mąstymo tipus naudinga, nes galima kryptingiau planuoti veiklas, kokybiškiau stebėti vaikų pasiekimų raišką, reflektuoti ugdymo procesą.

To paties pasiekimo požymių yra įvairių. Toliau pateiktoje lentelėje išskirta keletas – jie gali būti pritaikomi, papildomi ar keičiami atsižvelgiant į vaikų amžių, raidos ypatumus ir jų sukauptą patirtį.

Naudojimo rekomendacijos

- Naudokite planuodami veiklas – padės įsivardyti, kokį mąstymo tipą norite skatinti.
- Stebėkite vaikų veiklą, remkitės požymiais kaip orientyrais.
- Požymiai nėra baigtiniai – papildykite juos, jei pastebite kitokių vaikų mąstymo raiškos formų.
- Reflektuokite ugdytojų komandoje – kaip vystosi vaikų mąstymas skirtingose turinio srityse?
- Nesiekite, kad visi požymiai pasireikštų vienu metu – svarbu laipsniškas, natūralus mąstymo augimas.

Gebėjimai (dedamosios) (pagal <i>Pasiekimų aprašą</i>)	Procedūrinis mąstymas (ką vaikas daro žingsnis po žingsnio)	Sąvokinis mąstymas (ką supranta, lygina, įvardija)	Konceptualusis mąstymas (kaip sprendžia, kuria, samprotauja)
17.3.1 - Skaičiaus pajauta - Samprotavimai apie kiekį ir duomenis	- Skaičiuoja paeiliui po vieną. - Skaičiuodamas deda po vieną objektą. - Kartoja skaičių seką.	- Supranta, kad paskutinis skaičius reiškia visą kiekį. - Lygina kiekius („daugiau“, „mažiau“). - Atpažįsta skaitmenis, jų reikšmę.	- Sprendžia žaismingus uždavinius. - Pagrindžia savo sprendimą. - Naudoja skaičius planuodamas („reikia dar dviejų“).
17.3.1 - Skaičiaus pajauta - Samprotavimai apie kiekį ir duomenis	- Dalyvauja apklausoje. - Skaičiuoja atsakymus. - Žymi rezultatus lentelėje.	- Lygina duomenis („daugiausiai“, „mažiausiai“). - Supranta duomenų fiksavimo būdus (pavyzdžiui, diagrama, piktograma).	- Svarsto, kas būtų, jei pasikeistų sąlygos. - Samprotauja apie tikimybę: „gal įvyks – gal ne“. - Kuria apklausą pats.
17.3.2 - Mato pajauta - Išmatuojamų dydžių palyginimas	- Pilsto, pila, deda, matuoja. - Matuoja atstumą žingsniais. - Deda vieną daiktą šalia kito.	- Lygina daiktus pagal ilgį, masę, tūrį. - Vartoja sąvokas: „aukštesnis“, „tarpesnis“, „lengvesnis“.	- Supranta, kaip palyginti objektus, kai jų neįmanoma sugretinti. - Kuria savo matavimo sistemą. - Aiškina, kodėl pasirinko vieną ar kitą būdą.
17.3.3 - Geometrinių modelių pažinimas - Figūrų tyrinėjimas ir konstravimas	- Deda figūras į formas. - Kartoja figūros kontūrą. - Nupiešia figūras pagal pavyzdį.	- Atpažįsta figūras ir jų savybes. - Grupuoja figūras pagal požymį. - Įvardija formų skirtumus.	- Kuria naujas formas iš dalių. - Eksperimentuoja su figūrų junginiais. - Aiškina, kaip sukūrė sudėtingą objektą.

Gebėjimai (dedamosios) (pagal <i>Pasiekimų aprašą</i>)	Procedūrinis mąstymas (ką vaikas daro žingsnis po žingsnio)	Sąvokinis mąstymas (ką supranta, lygina, įvardija)	Konceptualusis mąstymas (kaip sprendžia, kuria, samprotauja)
17.3.4 - Vietos ir krypties apibūdinimas - Sekų tyrinėjimas	• Atlieka paprastus nurodymus apie judėjimą („eik į priekį“). • Dėlioja objektus pagal nurodytą vietą („padėk ant stalo“). • Kopijuoja erdvines situacijas.	• Supranta ir vartoja žodžius: „virš“, „po“, „šalia“, „viduje“, „išorėje“. • Lygina objektų padėtį erdvėje. • Nurodo judėjimo kryptį.	• Planuoja ir duoda nurodymus kitiems. • Samprotauja apie objektų vietą keičiantis sąlygoms. • Pradedą kurti žaidimus, kuriuose reikalingas erdvinis orientavimasis.
17.3.4 - Vietos ir krypties apibūdinimas - Sekų tyrinėjimas	• Kopijuoja seką (AB, ABA, AAB ir kt.). • Pratęsia pateiktą seką. • Dėlioja sekas pagal instrukciją.	• Atpažįsta sekų modelius ir jų struktūrą. • Vartoja sąvokas: „kartojasi“, „tokie pat“, „eilės tvarka“. • Lygina sekas, randa trūkstamą jos dalį.	• Kuria savo sekas. • Aiškina sekos modelio struktūrą. • Samprotauja, kaip pakeitus elementą keičiasi visa seka.



2 PRIEDAS

KLAUSIMAI VAIKŲ REFLEKSIJAI PAGAL MĄSTYMO TIPUS

Šis priedas skirtas padėti vaikams reflektuoti savo patirtis ir mąstymą po veiklos. Klausimai suskirstyti pagal skirtingus mąstymo tipus ir gali būti naudojami tiek individualiai, tiek grupėje.



Naudojimo rekomendacijos

- Rinkitės klausimus pagal veiklos pobūdį ir tai, koks mąstymo tipas vyravo.
- Neapsunkinkite – pakanka 1–2 klausimų vienam vaikui ar veiklai.
- Refleksija gali būti ne tik žodinė, bet ir išreiškiama piešiniu, judesiu, žaidimu.
- Leiskite vaikui atsakyti savo žodžiais – nepertraukite, neverskite taisyti atsakymo.
- Jei reikia – pademonstruokite, kaip galima atsakyti, pavyzdžiui: „Aš manau, kad šitas sunkesnis, nes...“

PROCEDŪRINIS MĄSTYMAS

Kai vaikai atliko veiksmus nuosekliai, sekė instrukcijas, rūšiavo, matavo, skaičiavo ir t. t.

- Ką padarei pirmiausia? O po to?
- Kiek žingsnių atlikai? Ar jų buvo daug?
- Kaip sugalvojai, nuo kur pradėti?
- Iš ko supratai, kad viską padarei teisingai?
- Ar viską padarei iš eilės? Kur galėjai suklysti?

SAVOKINIS MĄSTYMAS

Kai vaikai lygino, matavo, tyrinėjo skirtumus, analizavo savybes ir t. t.

- Kodėl manai, kad šis daiktas sunkesnis?
- Kuo skiriasi ši figūra nuo kitos?
- Kodėl manai, kodėl čia telpa daugiau?
- Kaip nusprendei, kuri spalva / forma tinka?
- Kaip pastebėjai dėsningumą / pasikartojimą?

KONCEPTUALUSIS MĄSTYMAS

Kai vaikai kūrė, sprendė problemas, ieškojo strategijų, planavo ir t. t.

- Kaip sugalvojai, ką statyti / kurti?
- Kas nutiko, kai pabandei kitu būdu?
- Ką galėtum padaryti kitaip?
- Ką išmokai iš savo klaidų?
- Kaip žinotai, kad tavo idėja tiks?

Visais atvejais tinka atviri kvietimai pasidalinti, pavyzdžiui: „Pasakok, ką padarei / sukūrei“, „Parodyk, kaip sugalvojai“, „Ką pasakytum kitam vaikui, kuris bandys daryti taip pat?“, „Kaip manai, kas buvo sunkiausia šioje veikloje?“

3 PRIEDAS

MATEMATINIŲ VEIKLŲ ATMINTINĖ

Priemonė naudinga matematinėms veikloms planuoti ir reflektuoti. Kiekvienam matematiniam gebėjimui formuoti pateikiami konkretūs planavimo akcentai, veiklų pavyzdžiai ir klausimai, skatinantys tam tikro tipo mąstymą.



Naudojimo rekomendacijos

- Naudokite planuodami veiklą ar reflektuodami po jos – individualiai arba su kolegomis.
- Atsižvelkite į vaikų amžių, grupės lygį ir konkrečios veiklos tikslus.
- Pasirinkite tik tuos elementus, kurie aktualūs – visa atmintinė neturi būti panaudota vienu metu.
- Galite naudoti kaip kontrolinį sąrašą – pasižymėti, kuriuos mąstymo tipus ir veiklos elementus įtraukėte.
- Naudokite kaip pagrindą refleksiniams pokalbiams mokytojų komandoje apie ugdymo kokybę.

Gebėjimas: Skaičiaus pajauta

(*Pasiekimų aprašas, 17.3.1*)



Gebėjimo auginimo kryptys (pagal *Gaires, 40.7.1*):

- Veiklos, kuriose vaikai suskaičiuoja objektus, juos prideda ar atima.
- Kūrybinės užduotys su skaičiais, skaičiavimo žaidimai, dainelės.
- Skaičių reikšmių aiškinimai per konkrečius veiksmus, manipuliavimą objektais.

Gebėjimas: Samprotavimai apie kiekį ir duomenis

(*Pasiekimų aprašas, 17.3.1*)



Gebėjimo auginimo kryptys (pagal *Gaires, 40.7.2*):

- Duomenų rinkimas, fiksavimas ir interpretavimas per žaidimus, pokalbius su vaikais.
- Paprasti eksperimentai ir diskusijos apie tikėtinumą.

Mąstymo tipas	Veiklos pavyzdys	Klausimai vaikui
Procedūrinis	Skaičiuoja žaislus, pirštus, žingsnius.	„Kiek jų suskaičiavai?“, „Ką darei po to?“
Sąvokinis	Lygina kiekius (daugiau – mažiau), aiškina, kiek liko.	„Kaip sužinojai, kad čia daugiau?“, „Kodėl tiek gavosi?“
Konceptualusis	Kuria istorijas su skaičiais, modeliuoja matematinės situacijas.	„Ką darytum, jei būtų dar vienas?“, „Kaip kitaip galėtum suskaičiuoti?“

Mąstymo tipas	Veiklos pavyzdys	Klausimai vaikui
Procedūrinis	Skaičiuoja vaikų balsus, žymi rezultatus.	„Kiek vaikų pasirinko...?“
Sąvokinis	Remdamasis pavaizduotais duomenimis aiškina, kas dažniau / rečiau pasitaiko.	„Kodėl šito daugiau?“, „Ką matai šioje diagramoje / piktogramoje?“
Konceptualusis	Spėja vaikų apklausos rezultatus, diskutuoja apie tikėtinumą.	„Kas būtų, jei...?“, „Kodėl taip galvoji?“

Gebėjimas: Mato pajauta, išmatuojamų dydžių palyginimas (*Pasiekimų aprašas, 17.3.2*)



Gebėjimo auginimo kryptys (pagal *Gaires, 40.8.1*):

- Ilgio, masės, tūrio tyrinėjimo veiklos naudojant pažįstamus daiktus.
- Praktinės užduotys, kur tenka spręsti, kiek daiktų ar medžiagos reikia.

Gebėjimas: Geometrinių modelių pažinimas (*Pasiekimų aprašas, 17.3.3*)



Gebėjimo auginimo kryptys (pagal *Gaires, 40.8.2*):

- Figūrų tyrinėjimas, konstravimas, grupavimas.
- Objektų kūrimas iš paprastų figūrų.

Mąstymo tipas	Veiklos pavyzdys	Klausimai vaikui
Procedūrinis	Dėlioja daiktus nuo trumpiausio iki ilgiausio.	„Kurį pirmiausia padėjai?“, „Kuris ilgesnis?“
Sąvokinis	Lygina, apibūdina matmenis žodžiais.	„Kaip supratai, kad šitas sunkesnis?“, „Kuo skiriasi?“
Konceptualusis	Pasirenka matavimo būdą, sprendžia problemą (pvz., „Kaip sužinoti, ar tilps?“).	„Kaip galėtume tai pamatuoti?“, „Ką darytum kitaip?“

Mąstymo tipas	Veiklos pavyzdys	Klausimai vaikui
Procedūrinis	Rūšiuoja figūras pagal formą, spalvą.	„Kiek trikampių radai?“, „Ką padėjai pirmiausia?“
Sąvokinis	Apibūdina figūrų savybes, lygina jas.	„Iš ko sprendi, kad tai kvadratas?“, „Kuo jis skiriasi nuo trikampio?“
Konceptualusis	Kuria naujas figūras ar objektus, apgalvoja jų sudėtį.	„Iš kokių dalių sudarytas tavo piešinys?“, „Kaip sumanei taip sujungti?“

Gebėjimas: Vietos ir krypties apibūdinimas, sekų tyrinėjimas (*Pasiekimų aprašas, 17.3.4*)



Gebėjimo auginimo kryptys (pagal *Gaires, 40.8.3*):

- Objektų dėstymo užduotys pagal kryptį, vietą, tvarką.
- Sekų kopijavimo, tęsimo ir kūrimo užduotys.

Mąstymo tipas	Veiklos pavyzdys	Klausimai vaikui
Procedūrinis	Atlieka nurodymus („Padėk po stalu“), kopijuoja AB seką.	„Kur pastatei?“, „Kaip seka prasidėjo?“
Sąvokinis	Atpažįsta modelius, analizuoja jų struktūrą.	„Kaip nusprendei, kas toliau?“, „Kodėl taip dëliojai?“
Konceptualusis	Kuria naujas sekas, keičia vieną dalį ir vertina rezultata.	„Kaip galėtum sukurti naują seką?“, „Kas pasikeistų, jei įdėtum kitą spalvą?“

4 PRIEDAS

VAIKŲ MĄSTYMO PAŽANGOS REFLEKSIJOS FORMA



Ši forma skirta reguliariems ugdytojų komandos refleksijos susitikimams. Ji padeda struktūruotai aptarti vaikų mąstymo pažangą, pasidalinti pastebėjimais ir susitarti dėl tolesnių ugdymo žingsnių. Naudojant formą stiprinamas komandinio darbo nuoseklumas, išryškinamos individualios vaikų raidos kryptys ir ugdytojų bendradarbiavimas. Ši forma gali būti spausdinama ar pildoma skaitmeniniu formatu, pritaikoma konkrečioms įstaigos praktikos formoms.

Naudojimo rekomendacijos

- Naudokite susitikimų metu, kai reflektuojate apie konkrečių vaikų ar grupės mąstymo raidą.
- Užpildykite formą kartu – aptardami pastebėjimus, pavyzdžius iš praktikos, klausimus.
- Įrašykite ne tik tai, kas pavyksta, bet ir kur kyla keblumų – tai padės tikslingai planuoti.
- Galite naudoti formą kaip papildomą dokumentą tolesniam planavimui ar komunikacijai su kolegomis.
- Reguliariai grįžkite prie anksčiau pildytų formų – stebėkite pažangą, lyginkite pokyčius.

1. VAIKO INFORMACIJA

- Vaiko vardas ir amžius:

- Stebima sritis (pvz., skaičiai, matai, formos, sekos):

- Laikotarpis arba ugdomosios veiklos kontekstas:

2. PAŽYMĖKITE MĄSTYMO TIPĄ

☐ Procedūrinis ☐ Sąvokinis ☐ Konceptualusis

3. PASTEBĖJIMAI APIE MĄSTYMO TIPĄ

- Kokie elgesio, kalbėjimo, veikimo požymiai tai parodė?

- Ar pastebima pažanga palyginti su ankstesniu laikotarpiu? Jei taip – kuo ji pasireiškia?

4. VAIKO MĄSTYMO YPATUMAI

- Kaip vaikas sprendžia problemas?

- Kaip kalba apie matematinius reiškinius?

- Ar geba paaiškinti savo sprendimus, pasirinkimą?

5. UGDYMO STRATEGIJOS

- Kas padėjo šiam vaikui augti kaip mąstytojui?

- Kurie ugdymo metodai (ne)veiksmingi?

- Ką reikėtų tęsti / keisti / išbandyti toliau?

6. KITI PASTEBĖJIMAI ARBA REFLEKSIJOS KLAUSIMAI

- Kuo šis vaikas stebina?

- Ko iš jo mokomės kaip ugdytojai?

- Kuo verta pasidalinti su tėvais / kolegomis?

7. UGDYTOJŲ KOMANDOS SPRENDIMAI

- Tolesni žingsniai vaiko ugdymo plane:

- Atsakingi asmenys ir terminas:



5 PRIEDAS

VAIKŲ MATEMATINIO MĄSTYMO REFLEKSIJOS KLAUSIMAI

Tai klausimų rinkinys, skirtas naudoti su vaikais po matematinės veiklos – siekiant paskatinti gilų mąstymą, savarankišką samprotavimą ir sąmoningą ugdymąsi. Mokytojo užduodami klausimai padeda vaikams apmąstyti, ką jie darė, kaip mąstė ir kokius atradimus padarė. Ši priemonė gali būti taikoma ugdomosios veiklos pabaigoje arba individualių ir grupinių refleksijų metu.



Naudojimo rekomendacijos

- Pasirinkite 1–2 klausimus, atitinkančius veiklos turinį ir vaikų gebėjimus.
- Leiskite vaikams atsakyti savaip – jų kalba, piešiniu, judesiu ar kitais kūrybiniais būdais.
- Naudokite gilesniam supratimui apie vaikų mąstymą ir jų ugdymosi patirtį.
- Skatinkite atvirus atsakymus – nesistenkite nukreipti ar pataisyti vaiko minčių.

1. KLAUSIMAI, PADEDANTYS VAIKUI APMĄSTYTI PATIRTĮ

- Ką įdomaus šiandien sužinojai?
- Kur šiandien panaudojai skaičius / matavimus / formas?
- Ką naujo pastebėjai, kai darėme šią veiklą?
- Kas buvo lengviausia?
- Kas buvo sunku? Kaip bandei spręsti?

2. KLAUSIMAI, SKATINANTYS MĄSTYTI APIE PROCESĄ

- Kaip sugalvojai, ką daryti?
- Kodėl pasirinkai tokį būdą?
- Ar pabandei kelis sprendimo būdus?
- Ką keistum, jei darytum dar kartą?

3. KLAUSIMAI, SKATINANTYS SĄVOKŲ ĮSISAVINIMĄ

- Kuo kvadratas skiriasi nuo stačiakampio?
- Kuris bokštas aukštesnis? Kodėl taip manai?
- Kaip sužinojai, kiek obuolių liko?
- Ką reiškia „daug“ ir „mažai“ tavo statinyje?

4. KLAUSIMAI, PADEDANTYS ATPAŽINTI PAŽANGĄ

- Ką išmokai šiandien, ko dar nemokėjai?
- Ar prisimeni, kaip tai darei anksčiau?
- Ar pastebėjai, kad pavyko geriau nei vakar? Kodėl?
- Kas iš pradžių atrodė sunku, o paskui pavyko?
- Kaip pavyko įveikti tą sunkumą?

5. ATVIRI KVIETIMAI KALBĖTI

- Papasakok, ką sukūrei.
- Parodyk, kaip sugalvojai.
- Kaip manai, ką kiti vaikai galvoja apie tavo sprendimą?
- Ką sužinojai apie save?

6 PRIEDAS

APIE KĄ VERTA KALBĖTIS MOKYTOJAMS?



Tai temų ir refleksinių klausimų sąrašas, skirtas mokytojų pokalbiams apie matematinį ugdymą. Šie klausimai skatina bendradarbiauti, dalintis patirtimi ir mokytis iš kolegų, padeda giliau pažvelgti į savo ugdymo praktiką ir aptarti knygelėje pateiktos medžiagos taikymą kasdienėje veikloje.

Naudojimo rekomendacijos

- Rinkitės klausimus, kurie tuo metu aktualūs jūsų komandai ar konkrečiam kontekstui.
- Naudokite refleksijos metu – individualiai arba komandos susitikimuose.
- Atsakymai nebūtinai turi būti aiškūs iš karto – klausimai skirti mąstymui, diskusijai, augimui.
- Leiskite sau ir kolegoms išgirsti įvairias nuomones – tai padeda plėsti požiūrį ir gilinti supratimą.
- Klausimus galima naudoti periodiškai – kaip ilgalaikio profesinio dialogo dalį.

1. DĖMESIO CENTRE – MATEMATINIS MĄSTYMAS

- Ką mes iš tikrųjų laikome matematinio ugdymo sėkme?
- Kaip dažnai reflektuojame ne *ką vaikas žino, o kaip jis mąsto*?
- Ar visi komandoje vienodai suprantame mąstymo tipų skirtumus?
- Kaip galėtume padėti vieni kitiems geriau atpažinti vaiko mąstymą?
- Kaip keičiasi mūsų pačių požiūris į matematiką vaikystėje?

2. VAIKO MATEMATINIO MĄSTYMO KELIAS

- Kokius pedagoginius principus laikome svarbiausiais savo praktikoje?
- Kaip pastebime, kur ir kada vaikas natūraliai „pasigau-na“ matematiką kasdienybėje?
- Ar mūsų bendravimo su vaikais būdas skatina mąstymą?
- Kaip kuriame emocinį saugumą, kad vaikas drįstų klysti, bandyti, klausti?
- Kaip skatiname vaikus kalbėti apie tai, ką jie galvoja?

3. METODAI, SKATINANTYS VAIKO MĄSTYMO RAIDĄ

- Kurie metodai mūsų praktikoje išties augina vaikų mąstymą?
- Kaip užtikriname metodų įvairovę ir jų pritaikymą pagal vaiko amžių ir poreikius?
- Ar leidžiame vaikui „būti tyrėju“ – ar neužgožiame atsakymais?
- Kaip žaidimą paverčiame ugdymosi procesu, o ne tik laiko praleidimu?
- Ką dar galime nuveikti, kad refleksija ir sąmoningumas būtų kasdienybės dalis, o ne priedas?

4. APLINKOS, KURIOS TYLIAI UGDO

- Ar grupės / ugdymo įstaigos aplinka kalba su vaiku matematikos kalba?
- Kaip galime aplinką paversti kviečiančia tyrinėti ir mąstyti?
- Ką keistume grupės erdvėje, jei matytume ją kaip matematinio mąstymo partnerę?
- Ar erdvė veikia visus vaikus vienodai? Jei ne – kaip ją pritaikome?
- Kaip užtikriname, kad aplinkoje esantys ištekliai būtų ne tik gražūs, bet ir prasmingi?

5. SĄMONINGA MATEMATINIO MĄSTYMO STEBĖSENA

- Ar pastebime, kaip vaikas galvoja, o ne tik kaip veikia?
- Kuo remiamės planuodami: tuo, ką pastebime apie vaikus, ar tuo, ką numatėme iš anksto?
- Kaip pastebėjimai apie vaikų matematinį mąstymą keičia mūsų veiklos planus?
- Kaip padėti vaikui žengti nuo procedūrinio mąstymo prie sąmoningo supratimo?
- Kaip dalintis įžvalgomis su kolegomis, kad kartu kurtume geresnę matematinio ugdymo praktiką?

7 PRIEDAS

MOKYTOJŲ SUSITARIMŲ DĖL MATEMATINIO MĄSTYMO FORMA

Forma skirta užfiksuoti bendrus mokytojų susitarimus matematinio mąstymo ugdymo srityje. Ji padeda sukurti aiškų ir vieningą požiūrį bei tapti atspirties tašku ilgalaikiam ugdymo tobulinimui ir koordinavimui.

Naudojimo rekomendacijos

- Kiekvieną formos sritį rekomenduojama aptarti atskirame ugdytojų komandos susitikime.
- Forma pildoma raštu – popieriuje arba skaitmeniniu būdu (pvz., „Google Docs“).
- Atsakingi asmenys rūpinasi, kad susitarimai būtų įgyvendinami praktiškai.
- Užpildyti dokumentai gali būti saugomi kaip metodinės veiklos dalis ir naudojami refleksijai ir tobulinimui.



Sritis	Klausimai / sprendimai, dėl kurių susitariame	Mūsų susitarimas	Kas atsakingas?
1. Matematinio ugdymo samprata	Kaip suprantame matematinį ugdymą? Kas mums svarbiausia: rezultatas ar mąstymo procesas?		
2. Mąstymo tipų atpažinimas	Kaip atpažįstame procedūrinį, sąvokinį, konceptualųjį mąstymą? Kaip tai fiksuojame?		
3. Stebėsena ir vertinimas	Ką stebime? Kaip dažnai? Kokias formas naudojame? Kaip duomenys panaudojami planavimui?		
4. Veiklų planavimas	Kaip planuojame matematikos veiklas – atskirai ar integruotai? Kaip užtikriname jų įvairovę?		
5. Mokymosi aplinka	Kokios priemonės ir aplinkos elementai skatina matematinį mąstymą? Kaip juos nuolat atnaujiname?		
6. Vaiko įtrauktis ir refleksija	Kaip vaikai įsitraukia į savo mąstymo refleksiją? Kokius būdus taikome (klausimai, simboliai)?		
7. Komandinis darbas	Kaip dalinamės įžvalgomis, veiklų idėjomis? Kaip dažnai aptariame vaikų pažangą?		

PADĖKA

Nuoširdžiai dėkojame vaikams, jų tėveliams ir ikimokyklinio ugdymo įstaigų komandoms, pasidalinusiems savo gyvenimo vaikų darželyje patirtimi, kuri įkvėpė ir buvo panaudota kuriant šio leidinio iliustracijas:

Vilniaus Santariškių lopšelio-darželio komandai: direktorei Indrei Krištolaitytei, direktorės pavaduotojai ugdymui Jurgitai Jurevičienei, mokytojoms Aistei Aleknavičiūtei, Rūtai Antanavičienei, Vaidai Burbaitei, Oksanai Demidovai, Dainai Dobrovolskienei, Ugnei Lauciūtei

Vaikų darželių tinklo „Taškus“ komandai: ugdymo vadovei Ligitai Neverauskienei, mokytojams Gabijai Butkutei, Odetai Janulei, Oksanai Mockevičienei, Dariui Savickui, Dianai Talačkienei, Paulinai Venslovienei, Ingridai Viluckytei